

Zadaci za vježbu pred petu pisanu provjeru znanja



☞ Zadatak 1: Dan je pravilni sesterokut $ABCDEF$. Ako je $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AF} = \vec{b}$, izrazi pomocu \vec{a} i \vec{b} vektore \overrightarrow{CE} , \overrightarrow{EF} , \overrightarrow{BD} i \overrightarrow{BE} .

☞ Zadatak 2: Dan je paralelogram $ABCD$. Ako je $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, izrazi pomocu \vec{a} i \vec{b} vektore \overrightarrow{AD} , \overrightarrow{BD} i \overrightarrow{CD} .

☞ Zadatak 3: Dan je romb $ABCD$, te je $\overrightarrow{AC} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BD} = \vec{b}$. Pomocu vektora \vec{a} i \vec{b} izrazi vektore \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{CD} i \overrightarrow{DA} .

☞ Zadatak 4: U trokutu $\triangle ABC$ tocke P i Q polovista su stranica \overline{AB} i \overline{AC} . Ako je $\overrightarrow{BQ} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CP} = \vec{b}$, izrazi pomocu \vec{a} i \vec{b} vektore \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} i \overrightarrow{PQ} .

☞ Zadatak 5: Tocke A, B, C, D, E i F vrhovi su pravilnog sesterokuta, a tocka S njegovo je središte. Odredi vektore:

- 1) $\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{SB}$
- 2) $\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{SC}$
- 3) $\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{SC}$
- 4) $\overrightarrow{BS} + \overrightarrow{CD}$

☞ Zadatak 6: Tocke A, B, C, D, E i F vrhovi su pravilnog sesterokuta, a tocka S njegovo je središte. Odredi vektore:

- 1) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{SC}$
- 2) $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{ED}$
- 3) $\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{CF}$
- 4) $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{CB}$

☞ Zadatak 7: Tocke E i F polovista su stranica \overline{BC} , odnosno \overline{AC} trokuta $\triangle ABC$. Ako je $\overrightarrow{AE} = \vec{e}$, $\overrightarrow{BF} = \vec{f}$, izrazi vektore \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} i \overrightarrow{BC} kao linearnu kombinaciju vektora \vec{e} i \vec{f} .

☞ Zadatak 8: Nacrtaj paralelogram $ABCD$. Neka je $\overrightarrow{AC} = \vec{e}$, $\overrightarrow{BD} = \vec{f}$, izrazi vektore \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{CD} i \overrightarrow{AD} kao linearnu kombinaciju vektora \vec{e} i \vec{f} .

☞ Zadatak 9: Tocke D , E i F polovista su stranica \overline{BC} , \overline{AC} i \overline{AB} trokuta $\triangle ABC$. Ako je $\overrightarrow{AD} = \vec{m}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{n}$, izrazi vektore \overrightarrow{AD} , \overrightarrow{BE} i \overrightarrow{CF} kao linearnu kombinaciju vektora \vec{m} i \vec{n} .

☞ Zadatak 10: Točke M i N polovista su stranica \overline{BC} i \overline{CD} paralelograma $ABCD$. Ako je $\overrightarrow{AM} = \vec{m}$, $\overrightarrow{AN} = \vec{n}$, izrazi vektore \overrightarrow{BC} i \overrightarrow{CD} kao linearnu kombinaciju vektora \vec{m} i \vec{n} .

☞ Zadatak 11: Dan je pravilni sesterokut $ABCDEF$ i neka je $\vec{e}_1 = \overrightarrow{AS}$, $\vec{e}_2 = \overrightarrow{BS}$, gdje je S središte sesterokuta. Prikazi vektore \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{BD} i \overrightarrow{AC} kao linearnu kombinaciju vektora \vec{e}_1 i \vec{e}_2 .

☞ Zadatak 12: Dan je pravilni sesterokut $ABCDEF$ i neka je $\vec{e}_1 = \overrightarrow{AC}$, $\vec{e}_2 = \overrightarrow{AF}$. Prikazi vektore \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{AB} i \overrightarrow{AE} kao linearnu kombinaciju vektora \vec{e}_1 i \vec{e}_2 .



☞ Zadatak 13: Vektor \overrightarrow{BD} prikazi kao linearnu kombinaciju vektora \overrightarrow{AB} i \overrightarrow{BC} , ako je $A(-1, 2)$, $B(1, 1)$, $C(2, -3)$ i $D(-7, 2)$.

☞ Zadatak 14: Vektor $\vec{c} = \vec{i} + 5\vec{j}$ prikazi kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j}$ i $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j}$.

☞ Zadatak 15: Točke $D(1, -2)$, $A(3, 2)$, $B(5, 1)$ uzastopni su vrhovi paralelograma $ABCD$. Kolika je duljina dijagonale AC ?

☞ Zadatak 16: Dokazi da je četverokut $ABCD$, $A(5, -2)$, $B(1, -6)$, $C(1, 3)$, $D(-1, 1)$ trapez. Kolika je duljina srednjice ovog trapeza?

☞ Zadatak 17: Vektor $\vec{c} = 9\vec{i} + 4\vec{j}$ prikazi kao linearnu kombinaciju vektora $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ i $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j}$.

☞ Zadatak 18: Vektori \vec{a} i \vec{b} nisu kolinearni. Za koje $x \in \mathbb{R}$ ce biti kolinearni vektori $\vec{c} = (x - 1)\vec{a} + 3\vec{b}$ i $\vec{d} = (3x + 2)\vec{a} - 2\vec{b}$.

☞ Zadatak 19: Vektor $\vec{v} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$ prikazi kao linearnu kombinaciju jediničnih vektora \vec{e} i \vec{f} u smjeru \vec{a} i \vec{b} , ako je $|\vec{a}| = 3$ i $|\vec{b}| = 2$.

☞ Zadatak 20: Odredi koordinate vrha C jednakokravnog trokuta $\triangle ABC$, ako je taj vrh na simetrali I. i III. kvadranta, te ako su $A(1, 5)$, $B(5, 3)$ vrhovi na osnovici tog trokuta.

☞ Zadatak 21: Odredi ordinatu y točke $C(3, y)$ tako da točka pripada pravcu (AB) , $A(-1, 4)$, $B(2, -2)$

☞ Zadatak 22: Dokazi da su vektori \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} , $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j}$, $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j}$ i $\vec{c} = 3\vec{i} + 7\vec{j}$

linernano zavisni.

☞ Zadatak 23: Ako su $A(-2, -2)$ i $B(4, 1)$ dva vrha, a točka $S(1, 2)$ sjecište dijagonala paralelograma $ABCD$, odredi koordinate vrhova C i D .

☞ Zadatak 24: Odredi vektor \vec{b} kolinearan s \vec{a} , ako je $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j}$, $|\vec{b}| = 3\sqrt{5}$.

☞ Zadatak 25: Ako su $A(-3, 1)$ i $B(4, -1)$ dva vrha, a točka $S(0, 1)$ sjecište dijagonala paralelograma $ABCD$, odredi koordinate vrhova C i D .

☞ Zadatak 26: Vektor \overrightarrow{AB} prikazi kao lineranu kombinaciju vektora \overrightarrow{AC} i \overrightarrow{AD} , ako je $A(3, 2)$, $B(7, 4)$, $C(5, 0)$ i $D(2, -2)$.

☞ Zadatak 27: Točke $A(-3, 1)$, $B(0, -2)$ i $C(3, 5)$ uzastopni su vrhovi paralelograma $ABCD$. Odredi koordinate vrha D i sjecišta dijagonala ovog paralelograma.

☞ Zadatak 28: Dane su točke $A(-1, 2)$, $B(5, -2)$, $C(1, 3)$ i $D(0, 0)$. Vektor \overrightarrow{AB} prikazi kao linearnu kombinaciju vektora \overrightarrow{AC} i \overrightarrow{AD} .

☞ Zadatak 29: Odredi m tako da vektori $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j}$ i $\vec{b} = -2\vec{i} + m\vec{j}$ budu kolinearni.

☞ Zadatak 29: Kolika je duljina dijagonale \overline{AC} paralelograma $ABCD$, kojemu su točke $B(5, 3)$, $C(0,)$ i $D(-3, 5)$ tri uzastopna vrha?

☞ Zadatak 30: Dva su vrha dulje osnovice trapeza $ABCD$ točke $A(-2, 0)$, $B(4, 3)$, a točke $M(-1, 3)$, $N(3, 5)$ polovista su njegovih krakova \overline{AD} , odnosno \overline{BC} . Odredi vektor \overline{CD} .

☞ Zadatak 31: Odredi realni broj a tako da vektori $\vec{u} = (1 + a)\vec{i} + (2 - a)\vec{j}$ i $\vec{v} = a\vec{i} - 2a\vec{j}$ budu kolinearni.

☞ Zadatak 32: Odredi realni broj a tako da vektori $\vec{u} = (a + 1)\vec{i} - (a - 1)\vec{j}$ i $\vec{v} = -a\vec{i} + 3a\vec{j}$ budu kolinearni.

☞ Zadatak 33: Odredi vektor \vec{a} suprotnog smjera od vektora $\vec{b} = -2a\vec{i} + \vec{j}$, a duljine $3\sqrt{5}$.

☞ Zadatak 34: Odredi vektor \vec{b} kolinearan s vektorom $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j}$, a duljine $3\sqrt{10}$.

☞ Zadatak 35: Dva su vrha osnovice jednakokravnog trokuta točke $A(8, 6)$ i $B(2, 4)$. Odredi koordinate vrha C ako je površina trokuta jednaka 20.



☞ Zadatak 36: U kojim omjerima duzinu \overline{AB} , $A(-1, 3)$, $B(5, -2)$, dijele njezina sjecista s koordinatnim osima?

☞ Zadatak 37: Točka $A(-4, -1)$ vrh je trokuta $\triangle ABC$, a točka $C_1(-1, 0)$ poloviste je stranice \overline{AB} , a točka $T(-1, 2)$ njegovo teziste. Kolika je površina trokuta $\triangle ABC$?

☞ Zadatak 38: Dan je trokut $\triangle ABC$, $A(-1, 2)$, $B(5, -1)$, $C(2, 5)$, i točke $B_1 \in \overline{AC}$ i $C_1 \in \overline{AB}$, tako da je $|AB_1| : |B_1C| = 1 : 2$ i $|AC_1| : |C_1B| = 2 : 1$. Kolika je površina četverokuta B_1C_1BC ?

☞ Zadatak 39: Dan je trokut $\triangle ABC$, $A(-2, -2)$, $B(4, 1)$, $C(1, 7)$. Točka P je na stranici \overline{BC} , točka Q na \overline{AC} , te je $|BP| : |PC| = |AQ| : |QC| = 1 : 2$. Odredi \overrightarrow{AP} i \overrightarrow{BQ} .

☞ Zadatak 40: Duzina \overline{AB} sijece os apscisa u točki M s apscisom -1 , a os ordinata u točki N s ordinatom 2 . Ako je $|AM| = \frac{1}{5}|AB|$, te $|AN| = \frac{3}{5}|AB|$ odredi koordinate tocaka A i B .

[*] Zadatak 41: Duljina stranice kvadrata $ABCD$ iznosi 1 . Ako je T_1 teziste trokuta $\triangle ABC$, a T_2 teziste trokuta $\triangle ACD$, koliko je $\overrightarrow{AT_1}$ i $\overrightarrow{AT_2}$?

☞ Zadatak 42: Tockama T_1, T_2, T_3, T_4 duzina \overline{AB} podijeljena je na 5 jednakih dijelova. Ako je $T_1(-2, 1)$, $T_4(2, -1)$ odredi koordinate tocaka A i B .

☞ Zadatak 43: Tocke $A(-3, 2)$ i $B(5, -2)$ dva su vrha trokuta $\triangle ABC$, a točka $T(1, 2)$ njegovo je teziste. Pokazi da je taj trokut jednakokraca.

☞ Zadatak 43: Duzina \overline{AB} tockama T_i , $i = 1, 2, 3, 4$ podijeljena je na pet jednakih dijelova. Ako je $A(-3, 1)$, $B(2, 2)$ Kolika je duljina duzine $\overline{T_2T_4}$?

☞ Zadatak 44: Tockama P i Q duzina \overline{AB} podijeljena je na tri jednaka dijela. Ako je $A(3, 8)$, prva do nje $P(4, 13)$ odredi koordinate tocke B .

☞ Zadatak 45: Točka $T(1, 1)$ teziste je trokuta $\triangle ABC$, točka $P(1, -2)$ poloviste je stranice \overline{AB} , a točka $Q(3, 1)$ stranice \overline{BC} . Odredi površinu trokuta $\triangle ABC$.

☞ Zadatak 46: Vrh A trokuta $\triangle ABC$ lezi na osi ordinata, ostala su dva vrha tocke $B(4, -3)$ i $C(5, 4)$. Teziste trokuta nalazi se na osi apscisa. Odredi koordinate vrha A i tezista T tog trokuta.

☞ Zadatak 47: U kojim omjerima duzinu \overline{AB} , $A(-1, 1)$, $B(5, 7)$ dijele sjecista pravca (AB) s koordinatnih osima?

☞ Zadatak 48: Duzina \overline{AB} , $A(-3, -1)$, $B(2, 4)$, podijeljena je toakama T_i , $i = 1, 2, 3, 4$ na pet jednakih dijelova. Kolika je duljina duzine $\overline{T_1T_3}$?

☞ Zadatak 49: Točke $A(-2, 4)$ i $C(5, 2)$ dva su vrha trokuta $\triangle ABC$. Treci je vrh B na osi apscisa, a teziste trokuta na osi ordinata. Odredi koordinate vrha B i tezista trokuta.



[★] Zadatak 50: Dan je kvadrat $ABCD$. Točka T_1 teziste trokuta $\triangle ABC$, a točka T_2 teziste trokuta $\triangle ACD$. Ako je duljina stranice kvadrata jednaka 2 koliko je $\overrightarrow{AT_1} \cdot \overrightarrow{AT_2}$?

☞ Zadatak 51: Odredi vektor \vec{b} okomit na vektor $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j}$, i duljine $4\sqrt{5}$.

☞ Zadatak 52: Ako je $\overrightarrow{AB} = 4\vec{i} + 2\vec{j}$, $\overrightarrow{AC} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$, dokazi da je trokut $\triangle ABC$ pravokutan.

☞ Zadatak 53: Odredi duljinu vektora \vec{b} , ako je $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{a} + \vec{b}| = 11$, $|\vec{a} - \vec{b}| = 7$.

☞ Zadatak 54: Dane su točke $A(-5, 1)$, $B(-1, 4)$, $C(1, -4)$ i $D(2, 3)$. Koristeći se skalarnim produktom vektora odredi kut između pravaca (AB) i (CD) .

[★] Zadatak 55: Točka M poloviste je stranice \overline{BC} , a točka N stranice \overline{CD} kvadrata $ABCD$. Ako je $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN} = 1$, kolika je površina kvadrata?


☞ Zadatak 56: Ako je $\overrightarrow{AB} = 5\vec{i} + 10\vec{j}$, $\overrightarrow{AC} = -3\vec{i} + 4\vec{j}$, dokazi da je trokut $\triangle ABC$ pravokutan.


☞ Zadatak 57: Odredi duljinu vektora $\vec{a} + \vec{b}$, ako je $|\vec{a}| = 11$, $|\vec{b}| = 23$, $|\vec{a} - \vec{b}| = 30$.


☞ Zadatak 58: Odredi jedinичni vektor okomit na vektor \overrightarrow{AB} , $A(-1, 2)$, $B(3, -1)$.


☞ Zadatak 59: Odredi vektor \vec{b} kolinearan s vektorom $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ i koji zadovoljava uvjet $\vec{a} \cdot \vec{b} = -26$.


☞ Zadatak 60: Odredi vrhove B i D kvadrata $ABCD$, ako su točke $A(0, -3)$ i $C(1, 4)$ dva njegova suprotna vrha.


 **Zadatak 61:** Dani su vektori $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j}$ i $\vec{b} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$. Odredi vektor \vec{c} za kojega je $\vec{a} \cdot \vec{c} = 3$, te $\vec{b} \cdot \vec{c} = -5$.


 **Zadatak 62:** Odredi vrhove C i D kvadrata $ABCD$, ako su točke $A(2, 1)$ i $B(0, 4)$ dva njegova susjedna vrha.


 **Zadatak 63:** Koliki kut zatvaraju vektori $\vec{a} + \vec{b}$ i $\vec{a} - \vec{b}$, ako je $\vec{a} = \vec{i} + 4\vec{j}$ i $\vec{b} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$?


 **Zadatak 64:** Koliki kut zatvaraju vektori $\vec{a} + \vec{b}$ i $\vec{a} - \vec{b}$, ako je $\vec{a} = -2\vec{i} + 3\vec{j}$ i $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j}$?

 **Zadatak 65:** Točke $A(-3, 2)$ i $C(5, -4)$ dva su nasuprotna vrha kvadrata $ABCD$. Odredi koordinate vrhova B i D .

 **Zadatak 66:** Točke $A(-3, 2)$ i $B(2, 4)$ dva su susjedna vrha kvadrata $ABCD$. Odredi koordinate vrhova C i D .

 **Zadatak 67:** Odredi sinus kuta α sto ga zatvaraju vektori $\vec{a} = (3 + 2\sqrt{2})\vec{i} + \vec{j}$ i $\vec{a} = (\sqrt{2} - 1)\vec{i} + (\sqrt{2} + 1)\vec{j}$.

 **Zadatak 68:** Dokazi koristeći se skalarnim produktom vektora da je trokut $\triangle ABC$, $A(-3, -4)$, $B(1, -6)$, $C(3, 8)$ pravokutan.

 **Zadatak 69:** Za vektore \vec{a} i \vec{b} vrijedi $|\vec{a}| = 29$, $|\vec{b}| = 25$, $|\vec{a} - \vec{b}| = 6$. Koliko je $|\vec{a} + \vec{b}|$?

 **Zadatak 70:** Odredi nepoznatu koordinatu vrha C trokuta $\triangle ABC$, $A(-2, 1)$, $B(4, -2)$, $C(-1, y)$ tako da trokut bude pravokutan s pravim kutom pri vrhu A .

 **Zadatak 71:** Za vektore \vec{a} i \vec{b} vrijedi $|\vec{a}| = 18$, $|\vec{b}| = 16$, $|\vec{a} + \vec{b}| = 26$. Koliko je $|\vec{a} - \vec{b}|$?

