

Zadaci za vježbu vezani uz prvu pisanu provjeru znanja

Zadatak 1: Odredi na brojevnoj (trigonometrijskoj) kružnici točku $E(t)$, za koju je $\sin t = -\frac{1}{2}$, $\cos t < 0$.

Zadatak 2: Odredi na brojevnoj (trigonometrijskoj) kružnici točku $E(t)$, ako je $\cos t = -\frac{1}{2}$, $\sin t > 0$.

Zadatak 3: Konstruiraj na brojevnoj (trigonometrijskoj) kružnici točku $E(t)$ kojoj pripada realni broj t za kojega je $\operatorname{tg} t = -\frac{2}{3}$, $\cos t < 0$.

Zadatak 4: Konstruiraj na brojevnoj (trigonometrijskoj) kružnici točku $E(t)$ kojoj pripada realni broj t za kojega je $\operatorname{ctg} t = \frac{2}{3}$, $\sin t < 0$.

— ★ —

Zadatak 5: Za koje realne brojeve a postoji realni broj x takav da je:

$$\sin x = \frac{1}{a-1}$$

Zadatak 6: Za koje realne brojeve a postoji realni broj x takav da je:

$$\cos x = \frac{a+1}{a-1}$$

— ★ —

Zadatak 7: Izračunaj:

$$\sin\left(-\frac{32\pi}{3}\right) \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{17\pi}{3}\right) - \cos\left(\frac{11\pi}{3}\right) \cdot \operatorname{ctg} - \left(\frac{23\pi}{4}\right)$$

Zadatak 8: Izračunaj:

$$\cos\left(-\frac{11\pi}{6}\right) \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{20\pi}{3}\right) - 4 \operatorname{ctg}\left(\frac{37\pi}{4}\right) \cdot \sin - \left(\frac{29\pi}{6}\right)$$

Zadatak 9: Izračunaj:

$$\sin\left(-\frac{17\pi}{6}\right) \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{113\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{19\pi}{6}\right) \cdot \operatorname{ctg} - \left(\frac{52\pi}{3}\right)$$

Zadatak 10: Izračunaj:

$$\cos\left(-\frac{19\pi}{6}\right) \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{17\pi}{3}\right) - \sin\left(-\frac{34\pi}{3}\right) \cdot \operatorname{ctg}\left(\frac{19\pi}{6}\right)$$

Zadatak 11: Izračunaj:

$$\cos\left(-\frac{20\pi}{3}\right) \cdot \sin\left(\frac{35\pi}{6}\right) - \operatorname{tg}\left(\frac{11\pi}{6}\right) \cdot \operatorname{ctg}\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$$

Zadatak 12: Izračunaj:

$$\cos\left(-\frac{17\pi}{6}\right) \cdot \operatorname{ctg}\left(\frac{35\pi}{3}\right) - \sin\left(-\frac{13\pi}{2}\right) \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{77\pi}{4}\right)$$

— ★ —

Zadatak 13: Koliko je $\operatorname{tg} x$, ako je $\cos x = -\frac{7}{25}$, $x \in \left\langle \frac{13\pi}{2}, 7\pi \right\rangle$?

Zadatak 14: Koliko je $\sin x$, ako je $\cos x = \frac{15}{17}$, $\operatorname{ctg} x < 0$?

Zadatak 13: Koliko je $\sin x$, ako je $\operatorname{ctg} x = -\frac{5}{12}$, $x \in \left\langle -\frac{\pi}{2}, 0 \right\rangle$?

Zadatak 14: Izračunaj vrijednost izraza

$$\frac{1 + \cos x}{\sin x} \left(1 + \frac{(1 - \cos x)^2}{\sin^2 x} \right)$$

ako je $\cos x = -0.8$, $x \in \left\langle \frac{\pi}{2}, \pi \right\rangle$?

Zadatak 15: Izračunaj vrijednost izraza

$$\frac{\sin x}{1 + \cos x} + \frac{1 + \cos x}{\sin x}$$

ako je $x = \frac{10\pi}{3}$.

Zadatak 16: Ako je $\sin^2 x - 2 \cos^2 x = \sin x \cdot \cos x$, koliko je $\cos x$, $x \in [5, 6]$?

Zadatak 17: Ako je $\operatorname{ctg} x = \frac{2}{5}$, koliko je $\frac{\sin x + 2 \cos x}{\cos x - 3 \sin x}$?

Zadatak 18: Ako je $3 \sin^2 x - \cos^2 x = 5 - \sin x \cdot \cos x$, $x \in [0, 1]$, koliko je $\operatorname{ctg} x$?

Zadatak 19: Koliko je $\frac{2}{\sin^4 x + \cos^4 x}$, ako je $\operatorname{ctg} x = -0.5$?

Zadatak 20: Ako je $\operatorname{tg} x = -2$, koliko je $\frac{\sin x + \cos x}{\cos x - \sin x}$?

Zadatak 21: Ako je $\operatorname{ctg} t = -\frac{7}{24}$, $t \in \left\langle -\frac{7\pi}{2}, -3\pi \right\rangle$ koliko je $\sin(-t)$?

Zadatak 22: Ako je $\cos t = \frac{7}{25}$, $t \in \left\langle -4\pi, -\frac{7\pi}{2} \right\rangle$ koliko je $\operatorname{tg}(-t)$?

Zadatak 23: Ako je $\operatorname{ctg} x = 3 \operatorname{tg} x$, $x \in \left\langle -3\pi, -\frac{5\pi}{2} \right\rangle$ koliko je $\sin(-x)$?

Zadatak 24: Ako je $\operatorname{tg} x = 3 \operatorname{ctg} x$, $x \in \left\langle -\frac{7\pi}{2}, -3\pi \right\rangle$ koliko je $\sin(-x)$?

Zadatak 25: Ako je $\operatorname{ctg} t = \frac{7}{24}$, $t \in \left\langle -\frac{7\pi}{2}, -3\pi \right\rangle$ koliko je $\sin(-t)$?

Zadatak 26: Ako je $\cos t = \frac{7}{25}$, $t \in \left\langle -4\pi, -\frac{7\pi}{2} \right\rangle$ koliko je $\operatorname{tg}(-t)$?

— ★ —

Zadatak 27: Ako je $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 4$, koliko je $\sin x + \cos x$?

Zadatak 28: Ako je $\sin x + \cos x = \frac{2}{3}$, koliko je $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x$?

Zadatak 29: Ako je $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 3$, koliko je $\frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{\cos^2 x}$?

Zadatak 30: Ako je $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x = 3$, koliko je $\operatorname{tg}^3 x + \operatorname{ctg}^3 x$?

Zadatak 31: Ako je $2 \sin x + 2 \cos x = 1$, koliko je $3 \operatorname{tg} x + 3 \operatorname{ctg} x$?

Zadatak 32: Ako je $\sin x + \cos x = p$, koliko je $\sin^4 x + \cos^4 x$?

– ★ –

Zadatak 33: Pojednostavni:

$$\frac{\sin^6 x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} + \frac{\cos^6 x}{1 - \operatorname{ctg}^2 x}$$

Zadatak 33: Pojednostavni razlomak:

$$\frac{(1 - \sin x - \cos x)(1 - \sin x + \cos x)}{\sin x(1 - \sin x)}$$

Zadatak 34*: Skrati razlomak:

$$\frac{\sin^4 x + \cos^4 x - 1}{\sin^6 x + \cos^6 x - 1}$$

Zadatak 35: Pojednostavni:

$$\left[\left(\frac{1 + \cos x}{\sin x} \right)^2 + 1 \right] : \frac{1 + \cos x}{\sin^2 x}$$

– ★ –

Zadatak 36: Dokazi identitet:

$$2(\sin^6 x + \cos^6 x) - 3(\sin^4 x + \cos^4 x) + 1 = 0$$

Zadatak 37: Dokazi identitet:

$$\frac{1 - \cos^4 t}{\cos^2 t} = \sin^2 t + \operatorname{tg}^2 t, \quad t \neq (2k - 1)\frac{\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Zadatak 38: Dokazi identitet:

$$(1 - \operatorname{ctg} x)^2 + (1 + \operatorname{ctg} x)^2 = \frac{2}{\sin^2 x}, \quad x \neq k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Zadatak 39: Dokazi identitet:

$$\frac{1 - \sin^4 x - \cos^4 x}{\cos^4 x} = 2 \operatorname{tg}^2 x, \quad x \neq (2k - 1)\frac{\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Zadatak 40: Dokazi identitet:

$$\left(\operatorname{tg} x + \frac{\cos x}{1 + \sin x} \right) \left(\operatorname{ctg} x + \frac{\sin x}{1 + \cos x} \right) = \frac{1}{\sin x \cdot \cos x}$$

Zadatak 41: Dokazi identitet:

$$\frac{1 + \cos x}{\sin x} \left(1 + \frac{(1 - \cos x)^2}{\sin^2 x} \right) = \sin x - \cos x$$

Zadatak 42: Dokazi identitet:

$$\sin^3 x (1 + \operatorname{ctg} x) + \cos^3 x (1 + \operatorname{tg} x) = \sin x + \cos x$$

Zadatak 43: Dokazi identitet:

$$\frac{1 + \operatorname{tg} x + \operatorname{tg}^2 x}{1 + \operatorname{ctg} x + \operatorname{ctg}^2 x} = \operatorname{tg}^2 x$$

Zadatak 44: Dokazi identitet:

$$\operatorname{tg}^2 x - \sin^2 x = \operatorname{tg}^2 x \cdot \sin^2 x, \quad x \neq (2k - 1) \frac{\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Zadatak 45: Dokazi identitet:

$$\operatorname{ctg}^2 x - \cos^2 x = \operatorname{ctg}^2 x \cdot \cos^2 x, \quad x \neq k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Zadatak 46: Dokazi identitet:

$$\frac{\sin^3 x - \cos^3 x}{1 + \sin x \cdot \cos x} = \sin x - \cos x$$

Zadatak 47: Dokazi identitet:

$$\frac{\sin^3 x + \cos^3 x}{1 - \sin x \cdot \cos x} = \sin x + \cos x$$

Zadatak 48: Dokazi identitet:

$$\frac{\operatorname{tg} x \cdot \sin x}{\operatorname{tg} x + \sin x} = \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{\operatorname{tg} x \cdot \sin x}, \quad x \neq k \cdot \frac{\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Zadatak 49: Dokazi identitet:

$$1 - \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^2 x} = \frac{1}{1 + \operatorname{ctg}^2 x}, \quad x \neq k \cdot \frac{\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Zadatak 50: Dokazi identitet:

$$\frac{\sin^2 x}{\cos x \cdot (\operatorname{tg} x - 1)} + \frac{\cos^2 x}{\sin x \cdot (\operatorname{ctg} x - 1)} = \sin x + \cos x$$

Zadatak 51: Dokazi identitet:

$$\left(\sin x + \frac{1}{\sin x}\right)^2 + \left(\cos x + \frac{1}{\cos x}\right)^2 = 7 + \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x$$

— ★ —

Zadatak 52: Je li funkcija:

$$f(x) = \frac{x^3 + \sin 3x}{\cos 3x + x^2}$$

parna ili neparna?

— ★ —

Zadatak 53: Provjeri da je $k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$, $k \neq 0$, period funkcije:

$$f(x) = \sin 4x + \cos 6x$$

Zadatak 54: Odredi temeljni period funkcije:

$$f(x) = \sin 2x + \cos 3x$$

Zadatak 55: Dokazi da je 6π period funkcije:

$$f(x) = \cos x + \sin \frac{x}{3}$$

Je li 6π temeljni period ove funkcije?

Zadatak 56: Odredi temeljni period funkcije:

$$f(x) = \sin \frac{3}{2}x + 5 \cos \frac{3}{4}x$$

Zadatak 57: Odredi najmanji pozitivni period funkcije:

$$f(x) = \frac{1}{2} \cos \left(1 - \frac{\pi x}{6}\right)$$

Zadatak 58: Odredi temeljni period funkcije:

$$f(x) = \sin \pi x + \cos \frac{\pi x}{3}$$

Zadatak 59: Odredi temeljni period funkcije:

$$f(x) = \cos \frac{\pi x}{2} + \sin \frac{\pi x}{3}$$

Zadatak 60: Odredi temeljni period funkcije:

$$f(x) = \cos \frac{\pi x}{4} - \sin \frac{\pi x}{3}$$

Zadatak 61: Odredi temeljni period funkcije:

$$f(x) = \operatorname{tg} \pi x + \operatorname{ctg} \frac{\pi x}{3}$$