

Zadaci za vježbu pred trecu pisanu provjeru znanja

Formule koji bi trebalo znati prilikom rjesavanja ovih zadataka:

Izraz za odredjivanje rjesenja opce kvadratne jednadzbe $ax^2 + bx + c = 0$:

$$x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Diskriminanta opce kvadratne jednadzbe $ax^2 + bx + c = 0$:

$$D = b^2 - 4ac$$


Koordinate tjemena grafa polinoma II. stupnja oblika $f(x) = ax^2 + bx + c = 0$:


$$T(x_0, y_0) = \left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right)$$


Veza x koordinate tjemena grafa polinoma II. stupnja oblika $f(x) = ax^2 + bx + c = 0$ i rjesenja pripadne kvadratne jednadzbe $f(x) = 0$:

$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$$




 Zadatak 1: Prikazi graficki funkciju $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x$. Odredi interval *pada* ove funkcije. Za koje $x \in \mathbb{R}$ je $f(x) \geq -4$?

 Zadatak 2: Prikazi graficki funkciju $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - x - 3$. Odredi interval *rasta* ove funkcije. Za koje $x \in \mathbb{R}$ je $f(x) \leq 5$?

 Zadatak 3: Prikazi graficki funkciju $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 2x + 9$. Odredi:

- 1) nultocke funkcije $f(x)$
- 2) interval *rasta* funkcije $f(x)$
- 3) najvecu vrijednost funkcije $f(x)$.

 Zadatak 4: Prikazi graficki funkciju $f(x) = -\frac{2}{3}x^2 + 4x - 6$. Odredi:

- 1) nultocke funkcije $f(x)$
- 2) interval *pada* funkcije $f(x)$
- 3) najvecu vrijednost funkcije $f(x)$.

Napomena: Podsjecam da je *najveca* odnosno *najmanja* vrijednost funkcije zapravo y_0 koordinata tjemena kvadratne jednadzbe $f(x) = 0$ ovisno o predznaku

vodeceg koeficijenta a . Nadalje rjesenja kvadratne jednadzbe te nultocke grafa pripadne funkcije su sinonimi (identicni/isti pojmovi).

🍃 Zadatak 5: Prikazi graficki funkciju $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 2x - 3$. Odredi interval njezina *rasta*. Za koje $x \in \mathbb{R}$ je $f(x) > 0$?

🍃 Zadatak 6: Prikazi graficki funkciju $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x - 4$. Odredi interval *rasta* ove funkcije. Za koje $x \in \mathbb{R}$ je $f(x) \leq 0$?

🍃 Zadatak 7: Prikazi graficki funkciju $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 6$. Odredi intervale *pada* ove funkcije. Za koje $x \in \mathbb{R}$ je $f(x) \geq 0$?

🍃 Zadatak 8: Prikazi graficki funkciju $f(x) = -x^2 - 2x + 3$. Odredi intervale *pada* ove funkcije. Za koje $x \in \mathbb{R}$ je $f(x) \leq 0$?

🍃 Zadatak 9: Prikazi graficki funkciju $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - 4$. Odredi intervale *rasta* ove funkcije. Za koje $x \in \mathbb{R}$ je $f(x) \geq 0$?

🍃 Zadatak 10: Prikazi graficki funkciju $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 - x + 3$. Odredi intervale *pada* ove funkcije. Za koje $x \in \mathbb{R}$ je $f(x) \geq 0$?

🍃 Zadatak 11: Prikazi graficki funkciju $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4$. Odredi intervale *rasta* ove funkcije. Za koje $x \in \mathbb{R}$ je $f(x) \geq 0$?

🍃 Zadatak 12: Prikazi graficki funkciju $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + x - 3$. Odredi intervale *pada* ove funkcije. Za koje $x \in \mathbb{R}$ je $f(x) \leq 0$?

🍃 Zadatak 13: Dan je polinom II. stupnja $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4$.

- 1) Odredi nultocke danog polinoma.
- 2) Za koji x ova funkcija prima ekstremnu vrijesnost? Je li taj ekstrem minimum ili maksimum funkcije? Koliko on iznosi?
- 3) Nacrtaj graf polinoma $f(x)$.
- 4) Za koje realne brojeve x je $f(x) \geq 0$?

🍃 Zadatak 14: Dan je polinom II. stupnja $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x - 4$.

- 1) Odredi nultocke danog polinoma.
- 2) Za koji x ova funkcija prima ekstremnu vrijesnost? Je li taj ekstrem minimum ili maksimum funkcije? Koliko on iznosi?
- 3) Nacrtaj graf polinoma $f(x)$.
- 4) Za koje realne brojeve x je $f(x) \geq 0$?

[*] Zadatak 15: Prikazi graficki funkciju $f(x) = |x^2 - x| + 2$. Odredi intervale nejzina *pada*.



Zadatak 16: Odredi nultočke funkcije $f(x) = ax^2 + bx + c$, ako je $f(-2) = 4$, $f(1) = -2$, $f(0) = -2$.

Zadatak 17: Ako je $f(x)$ polinom II. stupnja za kojega je $f(-1) = 0$, $f(1) = 4$, $f(2) = 3$, koliko je $f(1 - \sqrt{3})$?

Zadatak 18: Odredi nultočke funkcije $f(x) = ax^2 + bx + c$, ako je $f(0) = f(-2) = 5$, $f(1) = 2$.

Zadatak 19: Kolika je najmanja vrijednost polinoma $f(x) = ax^2 + bx + c$, ako je $f(1) = f(0) = -2$, $f(-2) = 4$.

Zadatak 20: Kolika je najveća vrijednost polinoma $f(x) = ax^2 + bx + c$, ako je $f(2) = f(-4) = 0$, $f(1) = 5$.

Zadatak 21: Kolika je najveća vrijednost polinoma $f(x) = ax^2 + bx + c$, ako je $f(1) = f(3) = -1$, $f(0) = -4$.



Zadatak 22: Odredi polinom II. stupnja koji za $x = 2$ prima najveću vrijednost $y = 1$, a za $x = 0$ vrijednost funkcije je jednaka -1 .

Zadatak 23: Broj -2 dvostruki je korijen polinoma II. stupnja, a $f(0) = 2$. Odredi taj polinom.

Zadatak 24: Odredi polinom II. stupnja koji najveću vrijednost $y = 8$, prima za $x = -2$, $f(0) = 6$.

Zadatak 25: Za polinom II. stupnja $f(x) = ax^2 + bx + c$ vrijedi $f(-2) = f(3) = 4$. Njegova najmanja vrijednost iznosi $-\frac{9}{4}$. Odredi taj polinom.

Zadatak 26: Parabola je simetrična u odnosu na pravac $x - 1 = 0$. Os ordinata siječe u točki $A(0, 4)$, a os apscisa u točki $B(-2, 0)$. Odredi jednadžbu ove parabole.

☞ Zadatak 27: Nultočke polinoma II. stupnja su $x_1 = -1$ i $x_2 = 3$. Najmanja vrijednost polinoma jednaka je -4 . Odredi taj polinom.

☞ Zadatak 28: Odredi polinom II. stupnja, ako njegov graf siječe os ordinata u točki $A\left(0, -\frac{3}{2}\right)$, ako je jedna nultočka funkcije $x = 3$, te ako funkcija najveću vrijednost postize za $x = 2$. Izračunaj zatim vrijednost tog polinoma za $x = 2 + \sqrt{2}$. (treba odrediti $f(2 + \sqrt{2})$)

☞ Zadatak 29: Polinom II. stupnja minimalnu vrijednost -2 postize za $x = 1$. Osim toga je $f(-3) + 4 \cdot f(0) = 0$. Koliko je $f(1 + \sqrt{5})$?

☞ Zadatak 30: Broj 0.5 dvostuki je korijen polinoma II. stupnja. Uz to je $f(-1) + f(2) = \frac{9}{2}$. Koliko je $f\left(\frac{1 - \sqrt{2}}{2}\right)$?

☞ Zadatak 31: Graf kvadratne funkcije je parabola kojoj je pravac $x + 1 = 0$ os simetrije. Parabola siječe os ordinata u točki $B\left(0, \frac{3}{2}\right)$. Najmanja vrijednost funkcije je 0 . Koliko je $f(1 - \sqrt{2})$?

☞ Zadatak 32: Funkcija $f(x) = ax^2 + bx + c$ ima dvostruku nultočku, te je $f(0) = f(-4) = -2$. Odredi koeficijente a , b i c .



☞ Zadatak 33: Ako je $f(x) = (m - 1)x^2 + mx - m$, za koje vrijednosti realnog parametra m će biti $f(x) < 0$, za sve $x \in \mathbb{R}$?

☞ Zadatak 34: Za koje vrijednosti parametra k polinom II. stupnja $f(x) = kx^2 - x + k$ prima negativne vrijednosti za sve $x \in \mathbb{R}$?

☞ Zadatak 35: Dan je polinom $f(x) = kx^2 - kx + 1$, $k \in \mathbb{R}$. Odredi sve k za koje je $f(x) \geq 0$ za sve $x \in \mathbb{R}$.

☞ Zadatak 36: Za koje je $k \in \mathbb{R}$ nejednakost $x^2 + x + 1 > k$ ispunjena za sve $x \in \mathbb{R}$.

☞ Zadatak 37: Odredi sve vrijednosti realnog parametra k za koje polinom $f(x) = (k - 2)x^2 + 8x + k + 4$ prima pozitivne vrijednosti za svaki realni broj x .

☞ Zadatak 38: Za koji najveći cijeli broj k polinom $f(x) = kx^2 - 4x + 3k + 1$ prima negativne vrijednosti za svaki realni broj x ?

🍃 Zadatak 39: Odredi koeficijent k tako da polinom $f(x) = (x - k)(kx - 1)$ poprma negativne vrijednosti za sve $x \in \mathbb{R}$.

🍃 Zadatak 40: Za koje vrijednosti realnog broja k polinom $f(x) = k^2x^2 + x + 1$ poprma pozitivne vrijednosti za svaki $x \in \mathbb{R}$.

🍃 Zadatak 41: Za koje vrijednosti realnog broja a polinom $f(x) = ax^2 + x + a$ poprma negativne vrijednosti za svaki $x \in \mathbb{R}$.

[★] Zadatak 42: Odredi realni koeficijent k tako da polinom $f(x) = (1 - ax)(x + 2)$ poprma vrijednosti manje od 3 za svaki $x \in \mathbb{R}$.

[★] Zadatak 43: Za svaki realni broj k jednadzvom $y = kx^2 + x + k$, $k \neq 0$, određena je neka parabola.

1) Za koji k se dobije parabola s tjemenom na osi aspcisa?

2) Za koji k se dobije parabola kojoj je ordinata tjemena jednaka $-\frac{3}{4}$?

[★] Zadatak 44: Za svaki realni broj k jednadzvom $y = kx^2 + kx + 1$, $k \neq 0$, određena je neka parabola.

1) Za koji k se dobije parabola s tjemenom na osi aspcisa?

2) Za koji k se dobije parabola kojoj je najmanja vrijednost jednaka 2?

[★] Zadatak 45: Za svaki realni broj m jednadzvom $y = x^2 + mx + m$, određena je neka parabola.

1) Za koji m se dobije parabola s tjemenom na osi aspcisa?

2) Za koji m se dobije parabola kojoj je pravac $x + 1 = 0$? os simetrije?

[★] Zadatak 46: Za svaki realni broj m , $m \neq 0$, jednadzvom $y = mx^2 + x + m$, određena je neka parabola.

1) Za koji m se dobije parabola s tjemenom na osi aspcisa?

2) Za koji m se dobije parabola kojoj je pravac $2x - 1 = 0$? os simetrije?



🍃 Zadatak 47: Rijesi nejednadzbu:

$$\frac{x + 3}{x^2 + 2x + 1} \geq 1$$

🍃 Zadatak 48: Rijesi nejednadzbu:

$$\frac{4}{3 + 2x - x^2} \leq 1$$

🍃 Zadatak 49: Rijesi nejednadzbu:

$$\frac{x^2}{2x - x^2} \geq 1$$

🍃 Zadatak 50: Rijesi nejednadzbu:

$$\frac{2x + 1}{x^2 - 1} \leq -1$$

🍃 Zadatak 51: Rijesi nejednadzbu:

$$\frac{x + 2}{x^2 + 3x + 2} \geq 1$$

🍃 Zadatak 52: Rijesi nejednadzbu:

$$\frac{x^2 - x + 1}{2x^2 - x - 1} \leq \frac{1}{2}$$

🍃 Zadatak 53: Rijesi nejednadzbu:

$$\frac{x^2 - 1}{x^2 + x - 2} < \frac{1}{2}$$

🍃 Zadatak 54: Rijesi nejednadzbu:

$$\frac{x^2 - 2x}{x^2 - x - 2} < 1$$

🍃 Zadatak 55: Rijesi nejednadzbu:

$$\frac{x^2 - 2x - 3}{x(4 - x)} \geq 0$$

🍃 Zadatak 56: Rijesi nejednadzbu:

$$\frac{x(x - 2)}{3 - 2x - x^2} \leq 0$$

🍃 Zadatak 57: Rijesi nejednadzbu:

$$\frac{x - 2}{x^2 - x - 2} > 1$$

🍃 Zadatak 58: Rijesi nejednadzbu:

$$\frac{3x^2 + 1}{2x^2 - x - 3} < 1$$

🍃 Zadatak 59: Rijesi nejednadzbu:

$$\frac{x - 1}{2x^2 - x - 1} < 1$$

☞ Zadatak 60: Rijesi nejednadzbu:

$$\frac{x-6}{x^2-2x-3} < 1$$

☞ Zadatak 61: Rijesi nejednadzbu:

$$\frac{x-2}{2+x-x^2} \geq 1$$

☞ Zadatak 62: Rijesi nejednadzbu:

$$\frac{1-3x}{x^2-3x+2} < 1$$

☞ Zadatak 63: Rijesi nejednadzbu:

$$\frac{x(1-x)}{x^2+2x} \geq 0$$

☞ Zadatak 64: Rijesi nejednadzbu:

$$\frac{x^2-1}{x(2-x)} \leq 0$$



[★] Zadatak 65: Rijesi jednadzbu:

$$|x^2+6x| = x+6$$

[★] Zadatak 66: Rijesi jednadzbu:

$$|2x^2-x-1| = 2x+1$$

[★] Zadatak 67: Rijesi jednadzbu:

$$|x^2+x-2| = x^2-1$$



[★] Zadatak 68: Pramac $y-4=0$ tangenta je parabole, a pramac $x-1=0$ njena je os simetrije. Parabola sijece os ordinata u $B(0,3)$. Odredi jednadzbu parabole.

🍃 Zadatak 69: Odredi onu tangentu parabole $y = \frac{1}{2}x^2 - x$ koja je paralelna pravcu $x + 2y - 15 = 0$.

🍃 Zadatak 70: Kako glasi jednadzba tangente parabole $y = x^2$, ako ta tangenta prolazi tockom $A(2, 3)$?

🍃 Zadatak 71: Odredi sjecista pravca $y = 2x + 1$ i parabole $y = x^2 - x + 3$. Kako glasi jednadzba tangente na istu parabolu, a koja je paralelna zadanome pravcu?

🍃 Zadatak 72: Napisi jednadzbu tangente na parabolu $y = -x^2 + x + 3$ polozone u tocki $D(-1, y)$ te parabole.

🍃 Zadatak 73: Odredi pravac koji dira parabolu $y = x^2 + x$ a paralelan je s pravcem $y = -x + 1$. Odredi i koordinate diralista.

🍃 Zadatak 74: Pravac prolazi ishodištem koordinatnog sustava i dira parabolu $y = -x^2 + 3x - 2$. Koliki je koeficijent smjera toga pravca?

🍃 Zadatak 75: Odredi jednadzbe tangenata polozenih na parabolu $y = x^2 + 3x$ u njezinim sjecistima s osi opscisa.

🍃 Zadatak 76: Odredi jednadzbe tangenata polozenih na parabolu $y = x^2 + x - 3$ u njezinom sjecistu s osi ordinata.

🍃 Zadatak 77: Odredi jednadzbu tangente na parabolu $y = 2x^2 - x + 1$ u njezinoj tocki $T(-1, y)$.

🍃 Zadatak 78: Tangenta na parabolu $y = x^2 + 2x$ paralelna s pravcem $y = -2x + 11$. U kojoj tocki tangenta dira parabolu?

🍃 Zadatak 79: Napisi jednadzbu tangente polozone na parabolu $y = -x^2 + 2x$ u njezinoj tocki $T(-1, y)$.

🍃 Zadatak 80: Napisi jednadzbu tangente polozone na parabolu $y = x^2 - 2x$ u njezinoj tocki $T(3, y)$.

🍃 Zadatak 81: Odredi koeficijent smjera pravca $y = ax + 1$ tako da taj pravac dira parabolu $y = -x^2 + 4x$.

🍃 Zadatak 82: Odredi koeficijent b tako da pravac $y = -2x + b$ dira parabolu $y = -x^2 + 4x$. Odredi koordinate diralista.



Napomena: Ostali zadaci koji su kombinacija gornjih tipova zadataka (u prijevodu zahtijevniji zadaci)!

[★] Zadatak 83: $f(x) = ax^2 + bx + c$ je polinom II. stupnja kojemu je broj $x = 2$ dvostruka nultočka te $f(0) = -3$.

- 1) Odredi taj polinom i nacrtaj njegov graf.
- 2) Za koje realne brojeve x je $f(x) > -3$?

[★] Zadatak 84: Broj -2 dvostruka je nultočka polinoma $f(x) = ax^2 + bx + c$. Ako je $f(-1) + f(5) = 25$, odredi taj polinom.

[★] Zadatak 85: $f(x) = ax^2 + bx + c$ je polinom II. stupnja za kojega je $f(0) = f(-2) = 3$, a broj -3 jedan je njegov korijen.

- 1) Odredi taj polinom i nacrtaj njegov graf.
- 2) Odredi ekstremnu vrijednost tog polinoma.
- 3) Za koje realne brojeve x je $f(x) < 0$?

[★★] Zadatak 86: $f(x) = ax^2 + bx + c$ je polinom II. stupnja za kojega je $f(0) = 0$, $f(1) = 2$, te $f\left(\frac{3}{2} + x\right) = f\left(\frac{3}{2} - x\right)$.

- 1) Odredi taj polinom i nacrtaj njegov graf.
- 2) Odredi ekstremnu vrijednost tog polinoma.
- 3) Za koje realne brojeve x je $f(x) > 0$?