

## Zadaci za vježbu pred drugu pisanu provjeru znanja

Zadatak 1: Rijesi jednadzbu:

$$\frac{12}{x^2 + 8x + 16} - \frac{1}{x^2 - 8x + 16} + \frac{1}{x^2 - 16} = 0$$

Zadatak 2: Rijesi jednadzbu:

$$\frac{5}{4x^2 - 36} + \frac{1}{5x} = \frac{1}{4x + 12} - \frac{1}{3x - x^2}$$

Zadatak 3: Rijesi jednadzbu:

$$(x^2 + 2x)^2 - (x + 1)^2 = 55$$

Zadatak 4: Rijesi jednadzbu:

$$\frac{2x + 1}{6x^2 - 3x} - \frac{2x - 1}{14x^2 + 7x} = \frac{8}{12x^2 - 3}$$

Zadatak 5: Rijesi jednadzbu:

$$\frac{2x - 5}{x^2 - 3x} - \frac{x + 2}{x^2 + 3x} + \frac{x - 5}{x^2 - 9} = 0$$

Zadatak 6: Rijesi jednadzbu:

$$(x^2 - 2x)^2 - (x - 1)^2 + 1 = 0$$

Zadatak 7: Rijesi jednadzbu:

$$(x^2 - x)^2 = x^2 - x + 2$$

Zadatak 8: Rijesi jednadzbu:

$$\frac{x^2 + 1}{x} + \frac{x}{x^2 + 1} = 2.9$$

Zadatak 9: Rijesi jednadzbu:

$$\frac{1}{x(x + 2)} - \frac{1}{(x + 1)^2} = \frac{1}{12}$$

Zadatak 10: Rijesi jednadzbu:

$$(x^2 + x - 2)(x^2 + x - 3) = 12$$

Zadatak 10: Rijesi jednadzbu:

$$(x^2 + x + 1)(x^2 + x + 2) = 12$$

Zadatak 11: Rijesi jednadzbu:

$$\frac{3}{x^2 + x + 1} = 3 - x - x^2$$

Zadatak 12: Rijesi jednadzbu:

$$(x^2 - 6x)^2 - 2(x - 3)^2 = 81$$

Zadatak 13: Rijesi jednadzbu:

$$\frac{2x - 1}{2x^2 - 3x} - \frac{x + 2}{2x^2 - x - 3} = \frac{3x - 5}{x^2 + x}$$

Zadatak 14: Rijesi jednadzbu:

$$\frac{x}{4x^2 - 4x - 3} - \frac{x - 1}{4x^2 - 8x + 3} = \frac{3x - 4}{4x^2 - 1}$$

Zadatak 15: Rijesi jednadzbu:

$$(x^2 - x + 1)(x^2 - x + 3) = 15$$

Zadatak 16: Rijesi jednadzbu:

$$(x^2 - 4x)^2 - 2(x - 2)^2 = 16$$

— \* —

Zadatak 17: Rijesi sustav jednadzbi:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

Zadatak 18: Rijesi sustav jednadzbi:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ xy = 2 \end{cases}$$

Zadatak 19: Rijesi sustav jednadzbi:

$$\begin{cases} x^2y + y^2x = 20 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{4} \end{cases}$$

Zadatak 20\*: Rijesi sustav jednadzbi:

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 2 \\ xy(x + y) = 2 \end{cases}$$

Zadatak 21: Rijesi sustav jednadzbi:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{13}{2} \\ x + y = 3 \end{cases}$$

Zadatak 22: Rijesi sustav jednadzbi:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{25}{4} \\ xy = 3 \end{cases}$$

— \* —

Zadatak 23: Dana je kvadratna jednadzba:

$$p(x-1)^2 = 1 - px, \quad p \in \mathbb{R}$$

- Za koje  $p$  kvadratna jednadzba ima realna rjesenja?
- Za koje je  $p$  jedno rjesenje kvadratne jednadzbe  $x = 0$ ?
- Odredi  $p$  tako da se dobije jednadzba kojoj su korijeni (rjesenja) medjusobno reciproci.

Zadatak 24: Dana je kvadratna jednadzba:

$$(x+2)^2 = k(2x+1), \quad k \in \mathbb{R}$$

- Za koje  $k$  kvadratna jednadzba nema realnih korijena (rjesenja)?
- Odredi  $k$  tako da jedno rjesenje kvadratne jednadzbe bude  $x = -\frac{1}{2}$ ?
- Koju vrijednost treba imati  $k$  da bi rjesenja kvadratne jednadzbe bili suprotni brojevi?

Zadatak 25: Dana je kvadratna jednadzba:

$$(p-x)^2 = 2px - 3, \quad p \in \mathbb{R}$$

- Za koje  $p$  ova kvadratna jednadzba ima realne korijene (rjesenja)?
- Za koje je  $p$  zbroj reciprocnih vrijednosti korijena (rjesenja) jednak 1?  $\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 1\right)$
- Uz koji je  $p$  jedno rjesenje kvadratne jednadzbe jednako  $-1$ ?

Zadatak 26: Dana je kvadratna jednadzba:

$$k(2-x) = (x+k)^2, \quad k \in \mathbb{R}$$

- Uz koji  $k$  kvadratna jednadzba neće imati realnih rjesenja?
- Za koji  $k$  je jedno rjesenje kvadratne jednadzbe jednako 0?

c) Koliki mora biti  $k$  da bi zbroj kvadrata korijena (rjesenja) kvadratne jednadzbe bio jednak 3? ( $x_1^2 + x_2^2 = 3$ )

Zadatak 27: Dana je kvadratna jednadzba:

$$(2px - 1)^2 = p(p - 2x), \quad p \in \mathbb{R}, \quad p \neq 0$$

- a) Za koje vrijednosti od  $p$  ova kvadratna jednadzba ima realna rjesenja?
- b) Za koje je  $p$  jedno rjesenje kvadratne jednadzbe jednako 0?
- c) Odredi  $p$  tako da zbroj kvadrata rjesenja kvadratne jednadzbe bude negativan broj. ( $x_1^2 + x_2^2 < 0$ )

Zadatak 28: Dana je kvadratna jednadzba:

$$(k - x)^2 = 2k(1 + x), \quad k \in \mathbb{R}$$

- a) Za koje vrijednosti od  $k$  ova kvadratna jednadzba nema realnih rjesenja?
- b) Za koje je  $k$  jedno rjesenje kvadratne jednadzbe jednako 0?
- c) Odredi  $k$  iz uvjeta da je zbroj recipročnih vrijednosti rjesenja kvadratne jednadzbe pozitivan broj. ( $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} > 0$ )

Zadatak 29: Za koje vrijednosti realnoga parametra  $k$  zbroj kvadrata rjesenja kvadratne jednadzbe:

$$(k - 1)x^2 - 2kx - k - 4 = 0$$

jednak kvadratu umnoska rjesenja kvadratne jednadzbe? ( $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 \cdot x_2)^2$ )

Zadatak 30\*: Odredi sve realne vrijednosti parametra  $a$  za koje rjesenja  $x_1$  i  $x_2$  kvadratne jednadzbe:

$$(a + 2)^2 - (x - a)^2 = 3x + 8$$

zadovoljavaju uvjet  $x_1^3 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_2^3 < 0$ .

Zadatak 31: Dana je kvadratna jednadzba:

$$px(1 - x) = x^2(p - 1) - 1, \quad p \in \mathbb{R}$$

pri čemu je  $x$  nepoznanica, a  $p$  neki realni broj. a) Za koje  $p$  kvadratna jednadzba ima dvostruko rjesenje?

b) Ako je  $-1$  jedno rjesenje kvadratne jednadzbe, odredi drugo rjesenje?

c) Za koje će  $p$  zbroj rjesenja kvadratne jednadzbe biti veći od njihovog dvostrukog umonoska? ( $x_1 + x_2 > 2x_1 \cdot x_2$ )

Zadatak 32: Dana je kvadratna jednadzba:

$$px(1 + x) + 2 = 2x(p + x), \quad p \in \mathbb{R}$$

pri čemu je  $x$  nepoznanica, a  $p$  neki realni broj. a) Za koje  $p$  kvadratna jednadžba ima realna rješenja?

b) Ako je  $-2$  jedno rješenje kvadratne jednadžbe, odredi drugo rješenje?

c) Za koje će  $p$  umnožak rješenja kvadratne jednadžbe biti veći od njihovog dvostrukog zbroja? ( $x_1 \cdot x_2 > 2(x_1 + x_2)$ )

— ★ —

Zadatak 33: Opisi kako rješenja kvadratne jednadžbe:

$$2ax^2 - 2(a-1)x + a - 1 = 0$$

ovise o vrijednostima realnog parametra  $a$ .

Zadatak 34: Opisi kako rješenja kvadratne jednadžbe:

$$(1 - 2a)x^2 - 2ax - 1 = 0$$

ovise o realnom parametru  $a$ .

Zadatak 35: Opisi kako rješenja kvadratne jednadžbe ovise o vrijednostima realnog parametra  $k$ , ako je:

$$3kx^2 - (3k - 2)x - 2 = 0$$

Zadatak 36: Za koje vrijednosti realnog parametra  $k$  kvadratna jednadžba:

$$x^2 - (3a + 2)x + 3a + 2 = 0$$

ima realna, a za koje kompleksna rješenja?

— ★ —

Zadatak 37: Napisi kvadratnu jednadžbu čija su rješenja recipročna rješenjima kvadratne jednadžbe  $3x^2 - 2x + 7 = 0$

Zadatak 38: Napisi kvadratnu jednadžbu čija je jedno rješenje zbroj, a drugo umnožak rješenja kvadratne jednadžbe  $3x^2 - 2x + 7 = 0$

Zadatak 38\*: Napisi kvadratnu jednadžbu s rješenjima  $x'_1 = x_1 + \frac{1}{x_2}$ ,  $x'_1 = x_2 + \frac{1}{x_1}$  gdje su  $x_1$  i  $x_2$  rješenja kvadratne jednadžbe  $2x^2 - x + 3 = 0$

Zadatak 39\*: Napisi kvadratnu jednadžbu čije je jedno rješenje jednako zbroju kvadrata, a drugo zbroju kubova rješenja kvadratne jednadžbe  $2x^2 + x + 1 = 0$

Zadatak 40\*: Ne rješavajući kvadratnu jednadžbu  $2x^2 + 5x + 4 = 0$  napisi novu kvadratnu jednadžbu s rjesenjima  $x'_1 = \frac{x_1}{x_2}$  i  $x'_2 = \frac{x_2}{x_1}$ , gdje su  $x_1$  i  $x_2$  rjesenja zadane kvadratne jednadžbe.

Zadatak 41\*: Ne rješavajući kvadratnu jednadžbu  $2x^2 - 5x + 4 = 0$  napisi novu kvadratnu jednadžbu s rjesenjima  $x'_1 = x_1 + \frac{1}{x_2}$  i  $x'_2 = x_2 + \frac{1}{x_1}$ , gdje su  $x_1$  i  $x_2$  rjesenja zadane kvadratne jednadžbe.

— \* —

Zadatak 42: Napisi kvadratnu jednadžbu s racionalnim koeficijentima, ako je broj  $1 - \frac{\sqrt{2}}{2i}$  jedan njezin korijen (rjesnje).

Zadatak 43: Napisi kvadratnu jednadžbu s racionalnim koeficijentima, ako je jedno njeno rjesenje broj  $\frac{1}{1 + i\sqrt{2}}$ .

Zadatak 44: Napisi kvadratnu jednadžbu s racionalnim koeficijentima, kojoj je jedno rjesenje broj  $1 + \frac{\sqrt{3}}{i}$ .

Zadatak 45: Napisi kvadratnu jednadžbu s realnim koeficijentima, ako je  $x = \frac{3}{\sqrt{2} + i}$  jedno rjesenje jednadžbe.

Zadatak 46: Napisi kvadratnu jednadžbu s racionalnim koeficijentima, kojoj je jedno rjesenje broj  $\frac{1}{2 - i\sqrt{3}}$ .

Zadatak 47: Napisi kvadratnu jednadžbu s realnim koeficijentima, ako je  $x = \frac{1}{1 - i\sqrt{3}}$  jedno rjesenje jednadžbe.

Zadatak 48: Napisi kvadratnu jednadžbu s racionalnim koeficijentima, ako je broj  $x_1 = \frac{i^{115}}{(1 - i)(2 + i)}$  jedan njezin korijen (rjesenje).

Zadatak 49: Napisi kvadratnu jednadžbu s realnim koeficijentima čije je jedno rjesenje broj  $\frac{i}{2 - i}$ .

Zadatak 50: Napisi kvadratnu jednadžbu s realnim koeficijentima čije je jedno rjesenje broj  $\frac{2 + i}{i}$ .

Zadatak 51: Napisi kvadratnu jednadžbu s realnim koeficijentima čije je jedno rjesenje broj  $\frac{1}{2 + i}$ .

Zadatak 52: Napisi kvadratnu jednadzbu s realnim koeficijentima čije je jedno rješenje broj  $\frac{1}{1-2i}$ .

— ★ —

Zadatak 53: Skrati razlomak:

$$\frac{4x^2 - 9}{6x^2 + 5x - 6}$$

Zadatak 54: Skrati razlomak:

$$\frac{6x^2 - 5x - 6}{9x^2 - 4}$$

Zadatak 55: Prikazi u obliku umnoska polinoma prvog stupnja polinom:

$$(x^2 - x)^2 - 8(x^2 - x) + 12$$

Zadatak 56: Prikazi u obliku umnoska polinoma prvog stupnja polinom:

$$(2x^2 + x)^2 - 8(2x^2 + x) + 10$$

Zadatak 57: Prikazi u obliku umnoska polinoma prvog stupnja polinom:

$$(x^2 - 2x)^2 - 2(x^2 - 2x) - 3$$

Zadatak 58: Polinom:

$$p(x) = (x^2 + x)^2 + 4(x^2 + x) - 12$$

prikazi u obliku umnoska polinoma prvog stupnja.

Zadatak 59: Polinom:

$$p(x) = (x^2 - 3x)^2 + 4(x^2 - 3x) - 8$$

prikazi u obliku umnoska polinoma prvog stupnja.

— ★ —

Zadatak 60★: Za koje vrijednosti realnog parametra  $a$  jednadzba:

$$(a^2 - a - 6)x = 2a^2 - a - 10$$

nema rjesenja? Za koje  $a \in \mathbb{R}$  je ova jednadzba neodređena?

Zadatak 61\*: Kako rjesenja linearne jednadzbe:

$$(2a^2 - 5a + 2)x = 3a - 2 - a^2$$

ovise o vrijednostima realnog parametra  $a$ ?

Zadatak 62\*: Dokazi da jednadzba:

$$(x - 1)(x - 3) + m(x - 2)(x - 4) = 0$$

ima realna rjesenja za sve vrijednosti realnog parametra  $m$ .