

Zadaci za vježbu vezani uz prvu pisanu provjeru znanja

Zadatak 1: Odredi realne brojeve x i y iz jednakosti:

$$\frac{x \cdot i}{1 - i} + \frac{y \cdot i}{1 + i} = \frac{1}{i}$$

Zadatak 2: Odredi realne brojeve x i y iz jednakosti:

$$\frac{x - 1}{3 + i} + \frac{y - 1}{3 - i} = i$$

Zadatak 3: Odredi realne brojeve x i y iz jednakosti:

$$(1 - x) \cdot x + (2 + i) \cdot y = 1 - 3i$$

Zadatak 4: Odredi realne brojeve x i y iz jednakosti:

$$(2 + 3i) \cdot x + (1 - i) \cdot y = 2 + i$$

Zadatak 5: Odredi realne brojeve x i y iz jednakosti:

$$\frac{x \cdot i}{1 + i} + \frac{y \cdot i}{1 - i} = \frac{2}{i}$$

Zadatak 6: Odredi realne brojeve x i y iz jednakosti:

$$\frac{x}{2 + i} + \frac{y \cdot i}{1 + 2i} = i$$

Zadatak 7: Ako je $z = 1 - i$, $w = 2 + i$, odredi realne brojeve x i y za koje vrijedi:

$$x \cdot z + y \cdot w = z \cdot w$$

Zadatak 8: Ako je $z = 1 - 2i$, $w = 2 + i$, odredi realne brojeve x i y za koje vrijedi:

$$\frac{x}{z} + \frac{y}{w} = \frac{z}{w}$$

Zadatak 9: Odredi realne brojeve x i y iz jednakosti:

$$(x + y) \cdot (2 - i) + (x - y) \cdot (1 + 3i) = 2 + 3i$$

Zadatak 10: Odredi realne brojeve x i y iz jednakosti:

$$(x + y \cdot i) \cdot (2 + i) + (x - y \cdot i) \cdot (1 - 3i) = 5 - 2i$$

— ★ —

Zadatak 11: Izračunaj vrijednost brojevnog izraza:

$$\frac{z \cdot \bar{w} - \bar{z} \cdot w}{z^2 - w^2} \text{ ako je } z = 1 + i, w = 2 - 3i$$

Zadatak 12: Izračunaj vrijednost brojevnog izraza:

$$\frac{z \cdot \bar{w} - \bar{z} \cdot w}{z^2 + w^2} \text{ ako je } z = 1 + i, w = 2 - 3i$$

— ★ —

Zadatak 13: Odredi:

$$\operatorname{Re} \frac{i^{115}}{(1 - i) \cdot (2 + i)}$$

Zadatak 14: Odredi:

$$\operatorname{Re} \frac{i^{357}}{(1 - 2i) \cdot (3 + i)}$$

Zadatak 15: Odredi:

$$\operatorname{Im} \frac{i^{246}}{(1 + 2i) \cdot (3 - i)}$$

Zadatak 16: Odredi:

$$\operatorname{Re} \frac{1 + i}{(2 + i) \cdot (1 - 3i)}$$

Zadatak 17: Odredi:

$$\operatorname{Im} \frac{1 - i}{(3 - i) \cdot (1 + 2i)}$$

Zadatak 18: Odredi

$$\operatorname{Re} \frac{1}{z^2 - \bar{z}} \text{ ako je } z = \frac{1 - i \cdot \sqrt{3}}{2}$$

Zadatak 19: Odredi

$$\operatorname{Re} \frac{1}{z^2 - z \cdot i} \text{ ako je } z = \frac{\sqrt{2} - i}{3}$$

— ★ —

Zadatak 20: Odredi

$$|z| \text{ ako je } z = \frac{(1 + 2i)^5 \cdot (1 + i)^5}{(1 + 3i)^5}$$

Zadatak 21: Odredi

$$|z| \text{ ako je } z = \frac{(3 - i)^3}{(2 - i)^3 \cdot (1 - i)^3}$$

Zadatak 22: Odredi

$$|w| \text{ ako je } w = \frac{\bar{z}}{z^2 \cdot i + z} \text{ gdje je } z = 1 - i$$

Zadatak 23: Odredi

$$|w| \text{ ako je } w = \frac{z^2}{z + i \cdot \bar{z}} \text{ gdje je } z = 1 + i$$

Zadatak 24: Odredi

$$|w| \text{ ako je } w = \frac{z^2}{\bar{z} + i \cdot z} \text{ gdje je } z = 3 - i$$

Zadatak 25: Odredi

$$|w| \text{ ako je } w = \frac{z^2}{z \cdot \bar{z} - i} \text{ gdje je } z = 1 - 2i$$

Zadatak 26: Izracunaj

$$|z| \text{ ako je } z = \frac{(\sqrt{2} - i)^5}{(1 - i \cdot \sqrt{2})^8}$$

— ★ —

Zadatak 27: Izracunaj:

$$\left(\frac{i^{202} - i^{303}}{i^{404} + i^{505}} \right)^{101}$$

Zadatak 28: Izracunaj:

$$\left(\frac{i^{111} - i^{222}}{i^{333} + i^{444}} \right)^{555}$$

Zadatak 29: Izracunaj:

$$\left(\frac{i^{313} + i^{414}}{i^{515} - i^{616}} \right)^{717}$$

Zadatak 30: Izracunaj:

$$\left(\frac{i^{77} - 1}{i^{55} - 1} \right)^{33}$$

Zadatak 31: Izracunaj:

$$\left(\frac{i^{33} - 1}{i^{55} - 1} \right)^{77}$$

— ★ —

Zadatak 32: Izracunaj:

$$\frac{1 + i + i^2 + \dots + i^{105} + i^{106}}{1 \cdot i \cdot i^2 \cdot \dots \cdot i^{105} \cdot i^{106}}$$

— ★ —

Zadatak 33: U Gaussovoj ravnini prikazi skup svih tocaka koje su zadane uvjetom:

$$(1 - i) \cdot \bar{z} = (1 + i) \cdot z \text{ ako je } z = x + y \cdot i$$

Zadatak 34: U Gaussovoj ravnini odredii skup tocaka koji je zadan uvjetom:

$$1 < |z + 2| \leq 3 \text{ ako je } z = x + y \cdot i$$

Zadatak 35: U Gaussovoj ravnini odredii skup tocaka koji je zadan uvjetom:

$$\left| \frac{z + i}{z - 3i} \right| = 1 \text{ ako je } z = x + y \cdot i$$

Zadatak 36: U Gaussovoj ravnini odredii skup tocaka koji je zadan uvjetom:

$$\left| \frac{z}{i} \right| = \left| z + \frac{1}{i} \right| \text{ ako je } z = x + y \cdot i$$

Zadatak 37: Prikazi graficki u Gaussovoj ravnini skup svih tocaka z za koje vrijedi:

$$1 \leq z \cdot \bar{z} \leq 2 \text{ ako je } z = x + y \cdot i$$

Zadatak 38: Prikazi graficki u Gaussovoj ravnini skup svih tocaka z koje zadovoljavaju uvjet:

$$|z - i| > 1 \text{ ako je } z = x + y \cdot i$$

Zadatak 39: Odredi skup svih tocaka kompleksne ravnine koje su odredjene uvjetom:

$$|z - 1| = |z + i| \text{ ako je } z = x + y \cdot i$$

Zadatak 40: Odredi skup svih tocaka kompleksne ravnine koje su odredjene uvjetom:

$$|z| = |z - 1 - i| \text{ ako je } z = x + y \cdot i$$

Zadatak 41: Prikazi u Gaussovoj ravnini skup svih tocaka z za koje vrijede uvjeti

$$|z| \geq 1 \text{ i } |z + 2| \leq 2$$

Zadatak 42: Prikazi u Gaussovoj ravnini skup svih tocaka z za koje vrijede uvjeti

$$|z| \geq 1 \text{ i } |z + 2| \leq 2$$

Zadatak 43: Prikazi u Gaussovoj ravnini skup svih tocaka z za koje vrijede uvjeti

$$|z| \geq 2 \text{ i } |z + 2i| \leq 2$$

Zadatak 44: Sustavom nejednakosti $1 \leq |z - i| < 3$, gdje je z neki kompleksni broj, određen je skup točaka u ravnini.

1) Prikazi taj skup točaka grafički.

2) Je li kompleksan broj $z = 2 + i$ jedno rješenje toga sustava?

3) Promatrajući crtež odredi još barem jedno rješenje zadanoga sustava uvjeta.

Zadatak 45: Sustavom nejednakosti $1 \leq |z + 2| \leq 3$, gdje je z neki kompleksni broj, određen je skup točaka u ravnini.

1) Prikazi taj skup točaka grafički.

2) Je li kompleksan broj $z = -1 + 2i$ jedno rješenje toga sustava?

3) Promatrajući crtež odredi još barem jedno rješenje zadanoga sustava uvjeta.

— ★ —

Zadatak 46*: Rijesi u skupu \mathbb{C} jednadžbu:

$$z^2 = \bar{z} \cdot i$$

Zadatak 47*: Rijesi u skupu \mathbb{C} jednadžbu:

$$z^2 \cdot i = \bar{z}$$

Zadatak 48*: Rijesi u skupu \mathbb{C} jednadžbu:

$$|z|^2 - 2i = 2i \cdot \bar{z}$$

Zadatak 49*: Rijesi u skupu \mathbb{C} jednadžbu:

$$z \cdot \bar{z} - i = 2 + z^2$$

Zadatak 50*: Rijesi u skupu \mathbb{C} jednadžbu:

$$|z| - \bar{z} = 1 + 2i$$

— ★ —

Zadatak 51: Je li kompleksan broj $z = 1 - 2i$ rješenje jednadžbe:

$$(1 + i) \cdot z^2 - (3 + i) \cdot z + 4 + 2i = 0$$

Zadatak 52: Je li kompleksan broj $z = 1 + i$ rješenje jednadžbe:

$$(1 + i) \cdot z^2 - (3 + i) \cdot z + 4 + 2i = 0$$

Zadatak 53: Kompleksni brojevi $z_1 = 3 + 4i$ i $z_2 = 3 - 4i$ rješenja su jednadžbe $z^2 - 6z + 25 = 0$. Provjeri!

Zadatak 54: Kompleksni brojevi $z_1 = 2 + 3i$ i $z_2 = 2 - 3i$ rješenja su jednadžbe $z^2 - 4z + 13 = 0$. Provjeri!