

Zadaci za vježbu pred trecu pisanu provjeru znanja

◆ Osnovni pojmovi o funkciji ◆

☞ Zadatak 1: Ako je $f(x + \pi) = \cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) + \sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$, koliko je $f\left(-\frac{55}{4}\pi\right)$?

☞ Zadatak 2: Ako je

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x, & x \leq 1 \\ x - 2, & x > 1 \end{cases} \quad \text{i} \quad g(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x, & x \leq 3 \\ 3(x - 4), & x > 3 \end{cases}$$

za koje x je $f(x) = g(x)$?

☞ Zadatak 3: Odredi područje definicije funkcije

$$f(x) = \frac{\sqrt{4 - x^2}}{\sin 4(x - 1)\pi}$$

☞ Zadatak 4: Ako je $f(x - \pi) = \sin\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$, koliko je $f\left(-\frac{55}{6}\pi\right)$?

☞ Zadatak 5: Ako je

$$f(x) = \begin{cases} (x + 1)^2, & x \leq 0 \\ x + 1, & x > 0 \end{cases} \quad \text{i} \quad g(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & x \leq 1 \\ 3(x - 1), & x > 1 \end{cases}$$

za koje x je $f(x) = g(x)$?

[**] Zadatak 6: Odredi skup vrijednosti (sliku) funkcije

$$f(x) = 4^x - 2^x + 1$$

[*] Zadatak 7: Ako je $x \cdot f(x) + f(1 - x) = 2x$ za svaki realni broj x , koliko je $f(0)$ i $f(2)$?

☞ Zadatak 8: Ako je $f\left(\sin^2 \frac{x}{2}\right) = \cos^2 x - \sin^2 x$, koliko je $f(x)$?

☞ Zadatak 9: Odredi područje definicije funkcije

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}}$$

[*] Zadatak 10: Ako je $f(1-x) - x \cdot f(1+x) = x$ za svaki realni broj x , koliko je $f(0)$ i $f(2)$?

☞ Zadatak 11: Ako je $f\left(\operatorname{tg} \frac{x}{2}\right) = \cos x$, koliko je $f(x)$?

☞ Zadatak 12: Odredi područje definicije funkcije

$$f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{1-4x^2}}$$

☞ Zadatak 13: Ako je $f\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \cos(x - \pi) - \sin\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)$, koliko je $f\left(-\frac{20}{3}\pi\right)$?

☞ Zadatak 14: Ako je

$$f(x) = \frac{x-1}{x+1}$$

te $f(a) = b$, koliko je a ?

☞ Zadatak 15: Odredi područje definicije funkcije

$$f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(2x - x^2)$$

☞ Zadatak 16: Ako je $f\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \sin(x - \pi) + \cos\left(x + \frac{3\pi}{2}\right)$, koliko je $f\left(-\frac{27}{4}\pi\right)$?

☞ Zadatak 17: Ako je

$$f(x) = 2^{x-1} + 1$$

te $f(a) = b$, koliko je a ?

[**] Zadatak 18: Odredi skup vrijednosti (sliku) funkcije

$$f(x) = (\sin x + \cos x)^2$$

☞ Zadatak 19: Odredi područje definicije funkcije

$$f(x) = \sqrt{1 - \frac{1}{x^2}}$$

☞ Zadatak 20: Ako je

$$f(x) = \frac{3x^3 - 7x^2 + 3x - 2}{3x^2 - x + 1}$$

koliko je $\frac{f(2+x)}{f(2-x)}$?

🍃 Zadatak 21: Odredi područje definicije funkcije

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 1}{4 - x^2}}$$

🍃 Zadatak 22: Ako je

$$f(x) = \frac{3x^2 - x + 1}{2x^4 - x^3 - x^2 + x - 1}$$

koliko je $f(-\sqrt{3})$?

[★] Zadatak 23: Odredi područje definicije funkcije

$$f(x) = \sqrt{\frac{1 + \cos \pi x}{x - x^2}}$$

[★★] Zadatak 24: Odredi skup vrijednosti (sliku) funkcije

$$f(x) = \frac{1 - x^2}{1 + x^2}$$

🍃 Zadatak 25: Ako je

$$f(x - 1) = \frac{2x + 1}{2x - 1}$$

odredi sve $x \in \mathbb{R}$ za koje je $f(x + 1) < -1$.

🍃 Zadatak 26: Odredi područje definicije funkcije

$$f(x) = \sqrt{x \cdot \sqrt[3]{x}}$$

🍃 Zadatak 27: Ako je

$$f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{x - 1}{x}$$

odredi sve $x \in \mathbb{R}$ za koje je $\frac{f(x + 1)}{f(x - 1)} > 0$.

🍃 Zadatak 28: Ako je

$$f(x) = 2^x + 1$$

koliko je $f(x + 1) - f(x)$?

[★] Zadatak 29: Odredi područje definicije funkcije

$$f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}} x + \log_x 2}$$

☞ Zadatak 29: Odredi područje definicije funkcije

$$f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{x}}$$

[**] Zadatak 30: Odredi skup vrijednosti (sliku) funkcije

$$f(x) = x^2 - 3x + 2$$

☞ Zadatak 31: Ako je

$$f(x) = 3 \cdot 2^{x-1}$$

koliko je $f(x+1) - f(x)$?

☞ Zadatak 32: Odredi područje definicije funkcije

$$f(x) = \frac{\sqrt{4x - x^2}}{\log_2(x^2 - 1)}$$

[**] Zadatak 33: Odredi skup vrijednosti (sliku) funkcije

$$f(x) = -x^2 + x + 2$$

☞ Zadatak 34: Ako je

$$f(1-x) = 1 - x^2$$

za svaki $x \in \mathbb{R}$, koliko je $f(1+x)$?

☞ Zadatak 35: Odredi područje definicije funkcije

$$f(x) = \sqrt{2^x - 3^x}$$

☞ Zadatak 36: Ako je

$$f(1+x) = (1-x)^2$$

za svaki $x \in \mathbb{R}$, koliko je $f(1-x)$?

[**] Zadatak 37: Odredi područje vrijednosti (sliku) funkcije

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x - 2}{x^2 - x + 1}$$

[*] Zadatak 38: Odredi realne funkcije $f(x)$ i $g(x)$ iz sustava jednadzbi

$$\begin{cases} f(x-1) - x \cdot g(2x+1) = -1 \\ 2 \cdot f(x-1) + g(2x+1) = 1 \end{cases}$$

☞ Zadatak 39: Odredi područje definicije funkcije

$$f(x) = \log_2 \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 1)$$

[*] Zadatak 40: Odredi realne funkcije $f(x)$ i $g(x)$ iz sustava jednadzbi

$$\begin{cases} f(x-1) - g(x+1) = -x \\ 2 \cdot f(x-1) - 2 \cdot g(x+1) = 2x+3 \end{cases}$$

☞ Zadatak 41: Odredi područje definicije funkcije

$$f(x) = \log_{\frac{1}{2}} \log_2(x^2 - 2)$$

☞ Zadatak 42: Za realnu funkciju f vrijedi

$$f(x-1) = \frac{1}{1+x}$$

Rijesi u skupu \mathbb{R} nejednadzbu $f(x+1) > 1$

☞ Zadatak 43: Odredi područje definicije funkcije

$$f(x) = \sqrt{\sqrt{1-x} - 1 - x}$$

[**] Zadatak 44: Odredi skup vrijednosti (sliku) funkcije

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x$$

☞ Zadatak 45: Za realnu funkciju f vrijedi

$$f(x+1) = \frac{1}{x-1}$$

Rijesi u skupu \mathbb{R} nejednadzbu $f(x-1) < 1$

☞ Zadatak 46: Odredi područje definicije funkcije

$$f(x) = \sqrt{4 - 2x + \sqrt{x+1}}$$

[**] Zadatak 47: Odredi skup vrijednosti (sliku) funkcije

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x - 4$$

◆ Svojstva funkcija ◆

☞ Zadatak 48: Jeli funkcija

$$f(x) = \frac{2^x + 3^x}{2^x - 3^x}$$

parna ili neparna?

🍃 Zadatak 49: Odredi temeljni period funkcije

$$f(x) = 8 \sin^2 x \cdot \cos^2 x - 1$$

🍃 Zadatak 50: Jeli funkcija

$$f(x) = \cos \sin x - \sin \cos x$$

parna ili neparna?

🍃 Zadatak 51: Jeli funkcija

$$f(x) = \ln \frac{e^{-x} - 1}{e^x + 1}$$

parna ili neparna?

[★★] Zadatak 52: Odredi sve realne brojeve a i b za koje je funkcija

$$f(x) = a \cdot \sin x + b \cdot \cos x$$

parna i sve realne brojeve a i b za koje je neparna.

🍃 Zadatak 53: Jeli funkcija

$$f(x) = \sqrt{1 - 2x + x^2} - \sqrt{1 + 2x + x^2}$$

parna ili neparna?

🍃 Zadatak 54: Odredi temeljni period funkcije

$$f(x) = \sin^2(3\pi x) - \cos^2(3\pi x)$$

🍃 Zadatak 55: Jeli funkcija

$$f(x) = \frac{e^{-x} + e^x}{e^{-x} - e^x}$$

parna ili neparna?

🍃 Zadatak 56: Odredi temeljni period funkcije

$$f(x) = -\sin(\pi x) \cdot \cos(\pi x)$$

🍃 Zadatak 57: Jeli funkcija

$$f(x) = \log_2 \frac{x-1}{x+1} \cdot \log_2 \frac{x+1}{x-1}$$

parna ili neparna?

🍃 Zadatak 58: Jeli funkcija

$$f(x) = \log_2 \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$$

parna ili neparna?

🍃 Zadatak 59: Jeli funkcija

$$f(x) = \log_2 \frac{2^x - 2^{-x}}{2^{2x} - 2^{-2x}}, \quad x \neq 0$$

parna ili neparna?

◆ Slaganje funkcija ◆

🍃 Zadatak 60: Dane su funkcije

$$f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x \quad \text{i} \quad g(x) = |x - 1|$$

Odredi složene funkcije $f \circ g$ i $g \circ f$.

[★] Zadatak 61: Dane su funkcije

$$f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x \quad \text{i} \quad g(x) = x^2$$

Odredi složene funkcije $f \circ g$ i $g \circ f$ te riješi jednadžbu $(f \circ g)(x) \geq (g \circ f)(x)$.

🍃 Zadatak 62: Ako je

$$f(x) = x - 1 \quad \text{i} \quad g(x) = |x + 1|$$

riješite jednadžbu $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$.

🍃 Zadatak 63: Dane su funkcije

$$f(x) = x + 1 \quad \text{i} \quad g(x) = x^2 - x + k^2$$

Za koje vrijednosti realnog broja k funkcija $f \circ g$ prima pozitivne vrijednosti za svaki realni broj x .

🍃 Zadatak 64: Dane su funkcije

$$f(x) = x - k \quad \text{i} \quad g(x) = x^2 - x + 1$$

Za koje vrijednosti realnog broja k jednadžba $(f \circ g)(x) = 0$ ima realna rješenja?

🍃 Zadatak 65: Ako je

$$f(x) = x^2 - x - 1 \quad \text{i} \quad g(x) = 2x + 1$$

odredi sve $x \in \mathbb{R}$ za koje je $(f \circ g)(x) \leq (g \circ f)(x)$.

🍃 Zadatak 66: Ako je

$$f(x) = -\sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2} \quad \text{i} \quad g(x) = \sin^2(\pi x) - \cos^2(\pi x)$$

koliko je $(g \circ f)\left(-\frac{31}{6}\pi\right)$?

🍃 Zadatak 67: Ako je

$$f(x) = \sin^2 \frac{x}{4} - \cos^2 \frac{x}{4} \quad \text{i} \quad g(x) = \sin(\pi x) \cdot \cos(\pi x)$$

koliko je $(g \circ f)\left(-\frac{44}{3}\pi\right)$?

🍃 Zadatak 68: Ako je

$$(g \circ f)(x) = x^2 \quad \text{i} \quad f(x) = 2x - 1$$

odredi $g(x)$?

🍃 Zadatak 69: Ako je

$$f(x) = \sin \pi x \quad \text{i} \quad g(x) = \frac{1}{3}x + 1$$

izračunaj $(g \circ f)(-11)$ i $(f \circ g)(-11)$.

🍃 Zadatak 70: Ako je

$$f(x) = \cos \frac{\pi}{3}x \quad \text{i} \quad g(x) = -\frac{1}{2}x - 1$$

izračunaj $(g \circ f)(11)$ i $(f \circ g)(11)$.

[**] Zadatak 71: Ako je

$$(g \circ f)(x) = 2|x| \quad \text{i} \quad f(x) = \sqrt{x+3}$$

odredi $g(x)$?

◆ Inverzna funkcija ◆

🍃 Zadatak 72: Ako je

$$f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{2x}{x+1}$$

a f^{-1} inverzna funkcija funkcije f , koliko je $f^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$?

🍃 Zadatak 73: Ako je

$$f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = \frac{1}{x+1}$$

odredi inverznu funkciju funkcije f .

🍃 Zadatak 74: Odedi inverznu funkciju f^{-1} funkcije

$$f(x) = 4 \cdot 2^{-x} - 1$$

🍃 Zadatak 75: Odedi inverznu funkciju f^{-1} funkcije

$$f(x) = 1 - \log_2(x+1)$$

🍃 Zadatak 76: Odedi inverznu funkciju f^{-1} funkcije

$$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{1-x} - 1$$

🍃 Zadatak 77: Odedi inverznu funkciju f^{-1} funkcije

$$f(x) = \log_{\frac{1}{2}}(1-x) + 1$$

🍃 Zadatak 78: Ako je

$$f(x) = \log_{\sqrt{3}} \frac{x}{3} + \log_{\frac{1}{5}} 9x$$

odredi inverznu funkciju funkcije f .

[***] Zadatak 79: Dokazi da za sve realne brojeve a i b , $a \cdot b \neq -4$, funkcija

$$f(x) = \frac{2x+a}{bx-2}$$

jednaka svojoj inverznoj funkciji.

🍃 Zadatak 80: Ako je

$$f\left(\log_{\frac{1}{2}} x\right) = 2 \log_4 x - \log_{\sqrt{2}} \frac{x}{8}$$

odredi inverznu funkciju funkcije f .

 Zadatak 81: Ako je


$$f(x) = \frac{ax + 2}{2x + a}$$

te $f(1) + f(2) = 4$, koliko je $f^{-1}(1) + f^{-1}(2)$?

 Zadatak 82: Ako je


$$f(x) = \frac{ax + 2}{2x + a}$$

te $f(-1) + f(-2) = -1$, koliko je $f^{-1}(1) + f^{-1}(2)$?

 Zadatak 83: Odredi inverznu funkciju funkcije

$$f(x) = a \cdot \log_{\frac{1}{2}} x + b, \quad a, b \in \mathbb{R}$$

ako je $f(2) = -1$, $f(4) = 0$.

 Zadatak 84: Odredi inverznu funkciju funkcije

$$f(x) = 2^{x+a} + b, \quad a, b \in \mathbb{R}$$

ako je $f(1) = -1$, $f(2) = 0$.

