

Zadaci za vježbu pred prvu pisanu provjeru znanja

◆ Brojevni sustavi ◆

🍃 Zadatak 1: Broj $5362_{(8)}$ prikazi u binarnom brojevnom sustavu.
Broj $110101110_{(2)}$ prikazi u heksadekadskom brojevnom sustavu.
Broj $8F3A_{(16)}$ prevedi u oktalni brojevni sustav.

🍃 Zadatak 2: Broj $6174_{(8)}$ prikazi u binarnom brojevnom sustavu.
Broj $100110011_{(2)}$ prikazi u heksadekadskom brojevnom sustavu.
Broj $9B7E_{(16)}$ prevedi u oktalni brojevni sustav.

🍃 Zadatak 3: Broj $3752_{(8)}$ prikazi u binarnom brojevnom sustavu.
Broj $11111111_{(2)}$ prikazi u heksadekadskom brojevnom sustavu.
Broj $3BC2_{(16)}$ prevedi u oktalni brojevni sustav.

🍃 Zadatak 4: Broj $4532_{(8)}$ prikazi u binarnom brojevnom sustavu.
Broj $10101111_{(2)}$ prikazi u heksadekadskom brojevnom sustavu.
Broj $A5D8_{(16)}$ prevedi u oktalni brojevni sustav.

🍃 Zadatak 5: U kojem je brojevnom sustavu $33 \cdot 22 = 1331$? Koliko je u tom sustavu $33 \cdot 44$?

🍃 Zadatak 6: U kojem je brojevnom sustavu $33 \cdot 22 = 1210$? Koliko je u tom sustavu $33 \cdot 44$? 🍃 Zadatak 7: Odredi prirodne brojeve a i b iz jednakosti $\overline{abb}_{(4)} = \overline{baa}_{(5)}$.

🍃 Zadatak 8: Odredi prirodne brojeve a i b iz jednakosti $\overline{abb}_{(7)} = \overline{baa}_{(6)}$.

🍃 Zadatak 9: Odredi prirodne brojeve a i b iz jednakosti $\overline{aba}_{(6)} = \overline{bab}_{(4)}$.

🍃 Zadatak 10: Ako je $11_{(x)} \cdot 12_{(x)} + 13_{(x)} \cdot 14_{(x)} = 350_{(x)}$, u kojem je brojevnom sustavu proveden račun. Odgovor obrazloži matematičkim računom!

🍃 Zadatak 11: Ako je $11_{(x)} \cdot 14_{(x)} + 12_{(x)} \cdot 13_{(x)} = 321_{(x)}$, u kojem je brojevnom sustavu proveden račun. Odgovor obrazloži matematičkim računom!

🍃 Zadatak 12: U nekom je brojevnom sustavu $33 \cdot 4 = 242$. Koliko je u tom sustavu $44 \cdot 3$?

◇ Matematika indukcija ◇

☞ Zadatak 13: Dokazi matematičkom indukcijom da za svaki prirodni broj n vrijedi:

$$\frac{1^2}{1 \cdot 3} + \frac{2^2}{3 \cdot 5} + \frac{3^2}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{n^2}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n(n+1)}{2(2n+1)}$$

☞ Zadatak 14: Dokazi matematičkom indukcijom da za svaki prirodni broj n vrijedi:

$$2 + \frac{8}{3} + \frac{26}{9} + \dots + \frac{3^n - 1}{3^{n-1}} = \frac{3^n(2n-1) + 1}{2 \cdot 3^{n-1}}$$

☞ Zadatak 15: Dokazi matematičkom indukcijom da za svaki prirodni broj n vrijedi:

$$\frac{3}{2} + \frac{9}{4} + \dots + \frac{2^{2n-1} + 1}{2^n} = \frac{2^{2n} - 1}{2^n}$$

☞ Zadatak 16: Dokazi matematičkom indukcijom da za svaki prirodni broj n vrijedi:

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{36} + \dots + \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}$$

☞ Zadatak 17: Dokazi matematičkom indukcijom da za svaki prirodni broj n vrijedi:

$$17 \mid 3^{4n+4} - 4^{3n+3}$$

☞ Zadatak 18: Dokazi matematičkom indukcijom da za svaki prirodni broj n vrijedi:

$$13 \mid 3^n \cdot 5^{n+1} - 2^{n+3}$$

☞ Zadatak 19: Dokazi matematičkom indukcijom da za svaki prirodni broj n vrijedi:

$$1 \cdot 1 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 7 + \dots + n(3n-2) = \frac{n(n+1)(2n-1)}{2}$$

☞ Zadatak 20: Dokazi matematičkom indukcijom da za svaki prirodni broj n vrijedi:

$$2 + 6 + 18 + \dots + 2 \cdot 3^{n-1} = 3^n - 1$$

☞ Zadatak 21: Dokazi matematičkom indukcijom da za svaki prirodni broj n vrijedi:

$$\frac{3}{2} + \frac{3}{8} + \frac{3}{32} + \dots + 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{2n-1} = 2 \left(1 - \frac{1}{4^n}\right)$$

☞ Zadatak 22: Dokazi da za svaki prirodni broj n vrijedi:

$$\frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 11} + \dots + \frac{1}{(3n-1)(3n+2)} = \frac{n}{2(3n+2)}$$

☞ Zadatak 23: Dokazi da za svaki prirodni broj n vrijedi:

$$\frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)} = \frac{n}{3n+1}$$

☞ Zadatak 24: Dokazi matematičkom indukcijom da za svaki prirodni broj n vrijedi:

$$16 \mid 9^{n+1} + 8n - 9$$

☞ Zadatak 25: Dokazi matematičkom indukcijom da za svaki prirodni broj n vrijedi:

$$13 \mid 3^n \cdot 5^{n+1} + 2^{n+3}$$

☞ Zadatak 26: Dokazi matematičkom indukcijom da za svaki prirodni broj n vrijedi:

$$64 \mid 3^{2n+2} - 8n + 9$$

☞ Zadatak 27: Dokazi matematičkom indukcijom da za svaki prirodni broj n vrijedi:

$$25 \mid 2^{n+2} \cdot 3^n + 5n - 4$$

☞ Zadatak 28: Koristeci se formulama za zbrojeve potencija S_k izracunaj:

$$1 \cdot 2^2 + 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 4^2 + \dots + (n-1)n^2$$

☞ Zadatak 29: Koristeci se formulama za zbrojeve potencija S_k izracunaj:

$$1 \cdot 2^2 + 3 \cdot 3^2 + 5 \cdot 3^2 + \dots + (2n-1)n^2$$

☞ Zadatak 29: Koristeci se formulama za zbrojeve potencija S_k izracunaj:

$$2 \cdot 1^2 + 3 \cdot 2^2 + 4 \cdot 3^2 + \dots + (n+1)n^2$$

☞ Zadatak 30: Koristeci se formulama za zbrojeve potencija S_k izracunaj:

$$2^2 + 6^2 + 10^2 + \dots + (4n-2)^2$$

☞ Zadatak 31: Koristeci se formulama za zbrojeve potencija S_k izracunaj:

$$1^2 \cdot 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)2$$

☞ Zadatak 32: Koristeci se formulama za zbrojeve potencija S_k izracunaj:

$$1^3 \cdot 3^3 + 5^3 + \dots + (2n-1)^3$$

◇ Binomni poucak ◇

☞ Zadatak 33: Koji clan u raspisu izraza $\left(\frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}\right)^{15}$ ne sadrzi x ?

[★] Zadatak 34: Koliko je racionalnih clanova u raspisu potencije $(\sqrt{3} - \sqrt[4]{2})^{15}$ ne sadrzi x ?

☞ Zadatak 35: Odredi slobodni clan u raspisu izraza $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}} + \sqrt[4]{a^3}\right)^{17}$.

☞ Zadatak 36: Zbroj koeficijenata prvog, drugog i teceg clana u raspisu izraza $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^n$ jednak je 46. Odredi onaj clan raspisa koji ne sadrzi x .

☞ Zadatak 37: U raspisu izraza $\left(x\sqrt{x} - \frac{1}{x^4}\right)^n$ binomni koficijent treceg clana za 44 je veci od binomnog koeficijenta drugog. Odredi slobodni clan.

☞ Zadatak 38: Binomni koeficijent treceg clana u raspisu izraza $\left(9x - \frac{1}{\sqrt{3x}}\right)^n$ jednak je 105. Odredi 13. clan raspisa.

☞ Zadatak 39: Odredi $\text{Im } z$, ako je $z = (1 - i)^9$.

☞ Zadatak 40: Odredi $\text{Re } z$, ako je $z = (1 - i)^9$.

☞ Zadatak 41: Odredi onaj clan u razvijenom obliku potencije $\left(\sqrt[3]{a^2} - \frac{1}{a}\right)^{15}$, koji ne sadrzi a .

☞ Zadatak 42: Koji clan u razvijenom obliku potencije $(\sqrt{x} + \sqrt{2})^{15}$ sadrzi x^5 ?

☞ Zadatak 43: Odredi racionalne clanove u razvijenom zapisu potencije $(\sqrt{5} - \sqrt{2})^{10}$.

☞ Zadatak 44: Odredi racionalne clanove u razvijenom zapisu potencije $\left(3^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{1}{2}}\right)^5$.

☞ Zadatak 45: Postoji li clan u raspisu izraza $(\sqrt{x} + \sqrt[4]{x})^{20}$ koji sadrzi x^7 ?

☞ Zadatak 46: Postoji li clan u raspisu izraza $(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x})^9$ koji sadrzi x^4 ?

◆ Racionalni brojevi ◆

🍃 Zadatak 47: Odredi 999. znamenku u decimalnom zapisu broja $\frac{3}{11}$.

🍃 Zadatak 48: Odredi 55. znamenku u decimalnom zapisu broja $\frac{5}{22}$.

🍃 Zadatak 49: Ako je $a = 0.\dot{2}3\dot{4}$, $b = 0.1\dot{3}5$, izračunaj razliku $a - b$ i zapisi je u obliku razlomka. Koja znamenka na 109. mjestu iza decimalne točke u decimalnom zapisu te razlike?

🍃 Zadatak 50: Ako je $a = 0.\dot{2}3\dot{4}$, $b = 0.4\dot{3}\dot{2}$, izračunaj $a + b$ i $a : b$ te rezultate zapisi u obliku razlomka.

◆ Trigonometrijski prikaz kompleksnog broja ◆

🍃 Zadatak 51: Koliko je $z^4 : w^9$, ako je

$$z = -\frac{1}{2} \sin \frac{2\pi}{5} - \frac{1}{2}i \cos \frac{3\pi}{5}$$

$$w = \sqrt{2} \cos \frac{5\pi}{6} - i\sqrt{2} \sin \frac{11\pi}{6}$$

🍃 Zadatak 52: Koliko je $z^8 : w^{16}$, ako je

$$z = -\sin \frac{2\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{6}$$

$$w = \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{12} + i\sqrt{2} \sin \frac{11\pi}{12}$$

🍃 Zadatak 53: Rijesi u skupu \mathbb{C} jednadžbu $z^4 + 16 = 0$.

🍃 Zadatak 54: Rijesi u skupu \mathbb{C} jednadžbu $z^6 + 1 = 0$.

🍃 Zadatak 55: Koliko je

$$\left(\sin \frac{\pi}{8} - i \cos \frac{\pi}{8} \right) \cdot \left(\sin \frac{\pi}{12} - i \cos \frac{\pi}{12} \right) \cdot \left(\sin \frac{\pi}{24} - i \cos \frac{\pi}{24} \right)$$

🍃 Zadatak 56: Odredi sve kompleksne brojeve z takve da je $z^4 = 1 - i\sqrt{3}$.

🍃 Zadatak 57: Koliko je

$$\left(\sin \frac{\pi}{4} - i \cos \frac{\pi}{4} \right) \cdot \left(\sin \frac{\pi}{6} - i \cos \frac{\pi}{6} \right) \cdot \left(\sin \frac{\pi}{12} - i \cos \frac{\pi}{12} \right)$$

🍃 Zadatak 58: Odredi sve kompleksne brojeve z takve da je $z^3 = -\sqrt{3} + i$.

🍃 Zadatak 59: Odredi modul i argument kompleksnoga broja koji je

- a) suprotan b) konjugiran c) reciprocan

kompleksnom broju $z = 1 - i\sqrt{3}$.

🍃 Zadatak 60: Odredi modul i argument kompleksnoga broja koji je

- a) suprotan b) konjugiran c) reciprocan

kompleksnom broju $z = -\sqrt{3} + i$.

🍃 Zadatak 61: Ako je $z = 3 \cos \frac{3\pi}{4} - 3i \sin \frac{3\pi}{4}$, $w = -6 \cos \frac{5\pi}{6} + 6i \cos \frac{5\pi}{3}$, koliko je $z^9 : w^8$?

🍃 Zadatak 62: Ako je $z = 2 \sin \frac{5\pi}{6} - 2i \cos \frac{5\pi}{6}$, $w = \sqrt{2} \cos \frac{5\pi}{16} - i\sqrt{2} \sin \frac{5\pi}{16}$, koliko je $z^5 : w^{12}$?

🍃 Zadatak 63: Ako je $z = -\cos \frac{2\pi}{5} - i \sin \frac{3\pi}{5}$, koliko je z^{15} i $\sqrt[4]{z}$?

🍃 Zadatak 64: Ako je $z = -2 \sin \frac{5\pi}{6} - 2i \cos \frac{11\pi}{6}$, koliko je z^{12} i $\sqrt[4]{z}$?

🍃 Zadatak 65: Odredi sve kompleksne brojeve z takve da je

$$z^3 = -\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4}$$

🍃 Zadatak 66: Odredi sve kompleksne brojeve z takve da je

$$z^4 = \cos \frac{2\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3}$$

