Trigonometrijski prikaz kompleksnog broja

Ono sto znamo od prije jest da svakom kompleksnom broju mozemo pridruziti sljedeci uredjeni par:

$$z \mapsto (\operatorname{Re} z, \operatorname{Im} z)$$

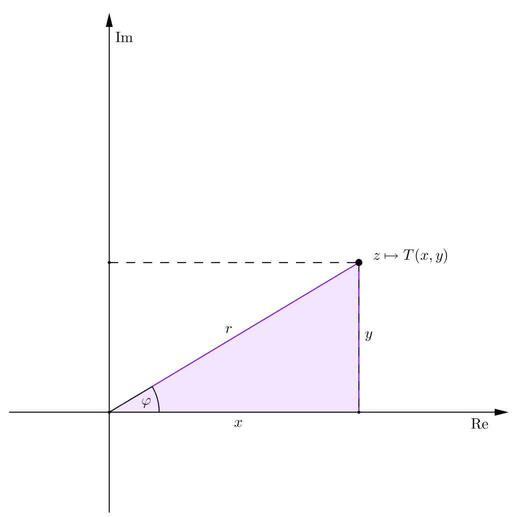
Sto znaci da ako je kompleksan broj oblika $z = x + yi$ vrijedi:

$$z \mapsto (x, y)$$

Uredjeni par brojeva je prirodno poistovjetiti s tockom cije su to koordinate sto nadalje znaci da smo ovim preslikavanjem zapravo kompleksnom broju pridruzili tocku, odnosno:

$$z \mapsto T\,(x, y)$$

Promotrimo sljedecu sliku:



Promatrajuci danu sliku mozemo zakljuciti da moraju vrijediti sljedeci izrazi:

$$\cos\varphi = \frac{x}{r} \qquad \text{i} \qquad \sin\varphi = \frac{y}{r}$$

Pomnozimo oba izraza s r, slijedi:

$$\cos\varphi = \frac{x}{r} \;/\cdot r \qquad \text{i} \qquad \sin\varphi = \frac{y}{r} \;/\cdot r$$

$$r\cdot\cos\varphi = x \qquad \text{i} \qquad r\cdot\sin\varphi = y$$

Sada kompleksan broj z poprima sljedeci oblik:

$$z = \overset{r\cdot\sin\varphi}{\overset{\uparrow}{x}} + \underset{\underset{r\cdot\sin\varphi}{\downarrow}}{y}i = r\cdot\cos\varphi + i\cdot r\cdot\sin\varphi$$

Izlucimo li r iz oba clana sume na desnoj strani, slijedi:

$$z = r\left(\cos\varphi + i\cdot\sin\varphi\right)$$

Navedni zapis nazivamo **trigonometrijski oblik** kompleksnog broja z. Postavlja se pitanje koliko iznose r i kut φ. S prethodne slike mozemo zakljuciti da mora vrijediti:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{y}{x}$$

Napomena: Bitno je napomenuti da kut φ biramo ovisno o kvadrantu u kojem se nalazi kompleksan broj z. Naime postoje dva kuta unutar intervala $\langle 0, 2\pi]$ za koje tangens ima jednaki iznos.

Nadalje da bi kompleksan broj bio u trigonometrijskom obliku ne smije se pojavljivati ni jedan negativan predznak u zapisu te po (nasem) dogovoru kut φ mora biti unutar intervala $\langle 0, 2\pi]$.

Zadatak 17: 3) (str. 69) Zapisi u trigonometrijskom obliku sljedeci kompleksan broj:

$$z = 3\left(\sin\frac{\pi}{12} - i\cdot\cos\frac{\pi}{12}\right)$$

Rjesenje: Gledajuci dani kompleksan broj nalazimo niz nepravilnosti da bismo mogli reci da je on zapisan u trigonometrijskom obliku. Dakle u danom zapisu broj i nalazi se uz funkciju kosinus sto nije konzistentno s trigonometrijskim zapisom kompleksnog broja, naime broj i treba stajati uz funkciju sinus. Probajmo ispraviti taj "problem".

Zapisimo dani broj na sljedeci nacin:

$$z = 3\left(1\cdot\sin\frac{\pi}{12} - i\cdot\cos\frac{\pi}{12}\right)$$

Prisjetimo se da je imaginarna jedinica i broj za koji vrijedi:

$$i^2 = -1$$

Izmnozimo danu jednakost s -1, slijedi:

$$i^2 = -1 \;/\cdot(-1)$$

$$i^2 \cdot (-1) = -1 \cdot (-1)$$
$$-i^2 = (-1)^2$$
$$-i^2 = 1$$

Primjenimo ovaj izraz na kompleksan broj z, slijedi:

$$z = 3\left(\overset{-i^2}{1} \cdot \sin\frac{\pi}{12} - i \cdot \cos\frac{\pi}{12}\right)$$
$$z = 3\left(-i^2 \cdot \sin\frac{\pi}{12} - i \cdot \cos\frac{\pi}{12}\right)$$

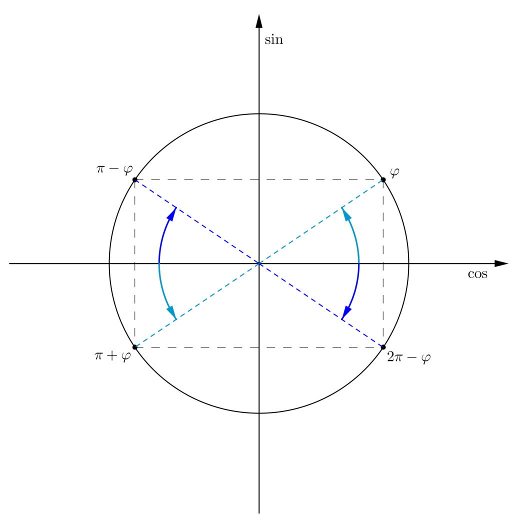
Izlucimo i iz oba clana sume u zagradi, slijedi:

$$z = 3i \cdot \left(-i \cdot \sin\frac{\pi}{12} - \cos\frac{\pi}{12}\right)$$

Zamijenimo poredak sumanada unutar zagrade, slijedi:

$$z = 3i \cdot \left(-\cos\frac{\pi}{12} - i \cdot \sin\frac{\pi}{12}\right)$$

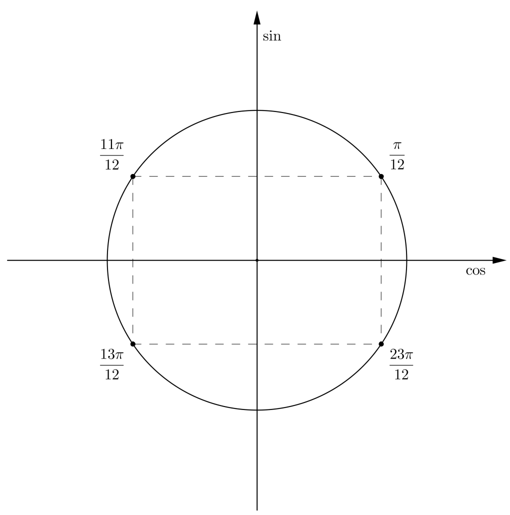
Slijedeci "problem" kojem moramo doskociti su negativni predznaci. U tu svrhu promotrimo sljedecu sliku:



Dakle cetiri su kuta koja imaju iste vrijednosti trigonometrijskih funkcija sinus i kosinus no razlicitih predznaka (ova cinjenica se svodi na svodjenje na prvi kvadrant, dakle na formule redukcije). Nas zadatak je otkriti koja su to cetiri kuta. Prvi korak je okriti u kojem se kvadrantu nalazi kut u zapisu kompleksnog broja. U nasem slucaju to je poprilicno jednostavno, jer kako se radi o kutu $\frac{\pi}{12}$, jasno je da se on nalazi u prvom kvadrantu. To znaci da su preostali kutovi jednaki:

$$\varphi = \frac{\pi}{12}$$
$$\pi - \varphi = \pi - \frac{\pi}{12} = \frac{12\pi}{12} - \frac{\pi}{12} = \frac{11\pi}{12}$$
$$\pi + \varphi = \pi + \frac{\pi}{12} = \frac{12\pi}{12} + \frac{\pi}{12} = \frac{13\pi}{12}$$
$$2\pi - \varphi = 2\pi - \frac{\pi}{12} = \frac{24\pi}{12} - \frac{\pi}{12} = \frac{23\pi}{12}$$

Dakle sljedeca cetiri kuta imaju iste vrijednosti trigonometrijskih funkcija sinus i kosiunus do na predznak:

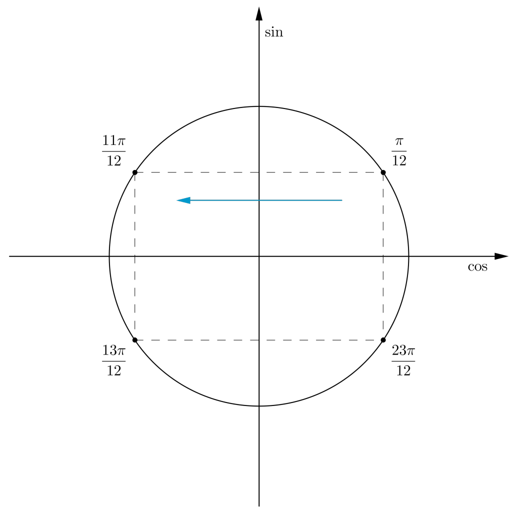


Promatranjem kompleksnog broja unutar zagrade:

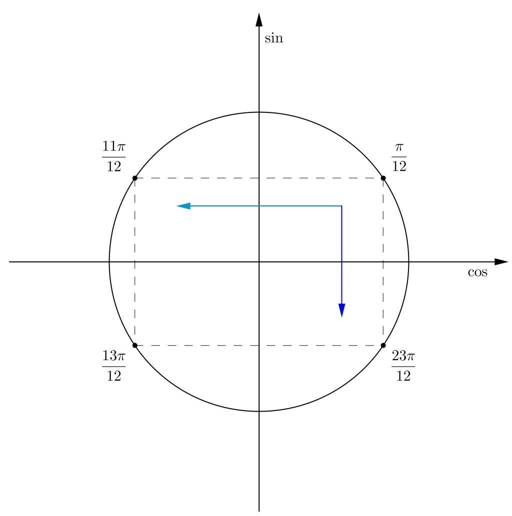
$$z = 3i \cdot \left(-\cos\frac{\pi}{12} - i \cdot \sin\frac{\pi}{12}\right)$$

dolazimo da zakljucka da moramo pronaci kut kojem su vrijednosti trigonometrijskih funkcija suprotne od vrijednosti trigonometrijskih funkcija kuta $\frac{\pi}{12}$. Te kutove biramo unutar ovih koji su iscrtani na prethodnoj slici.

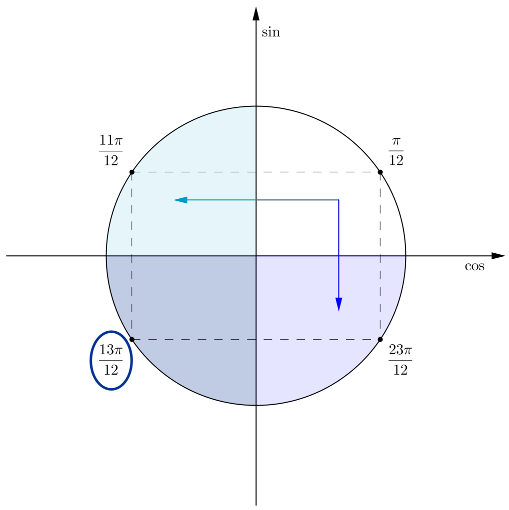
Nadalje kako se kosinusi citaju na osi apscisa, a nama treba kut koji ima vrijednost trigonometrijske funkcije kosinus suprotnog predznaka od vrijednosti trigonometrijske funkcije kosinus za kut $\frac{\pi}{12}$, kutovi koji su nam od interesa nalazit ce se na lijevoj strani u odnosu na os ordinata. To cemo oznaciti na sljedeci nacin:



S druge strane kako se sinusi citaju na osi ordinata, a nama treba kut koji ima vrijednost trigonometrijske funkcije sinus suprotnog predznaka od vrijednosti trigonometrijske funkcije sinus za kut $\dfrac{\pi}{12}$, kutovi koji su nam od interesa nalazit ce se na donjoj strani u odnosu na os apscisa. To cemo oznaciti na sljedeci nacin:



Dakle kut koji zadovoljava oba uvjeta nalazit ce se u trecem kvadrantu:



Vrijedi:

$$\cos\frac{13\pi}{12} = -\cos\frac{\pi}{12}$$

$$\sin\frac{13\pi}{12} = -\sin\frac{\pi}{12}$$

Kompleksan broj sada poprima sljedeci oblik:

$$z = 3i\cdot\left[-\overset{\overset{\cos\frac{13\pi}{12}}{\downarrow}}{\cos}\frac{\pi}{12} + i\cdot\left(-\overset{\overset{\sin\frac{13\pi}{12}}{\downarrow}}{\sin}\frac{\pi}{12}\right)\right]$$

$$z = 3i\cdot\left(\cos\frac{13\pi}{12} + i\cdot\sin\frac{13\pi}{12}\right)$$

Preostaje nam jos srediti broj i ispred zagrade. To cemo uciniti tako da ga zapisemo u trigonometrijskom obliku. Dakle zapisujemo broj $z' = i$ ˇtrigonometrijskom obliku, vrijedi:

$$z' = i$$

$$x' = \operatorname{Re} z' = 0 \;\text{ i }\; y' = \operatorname{Im} z' = 1$$

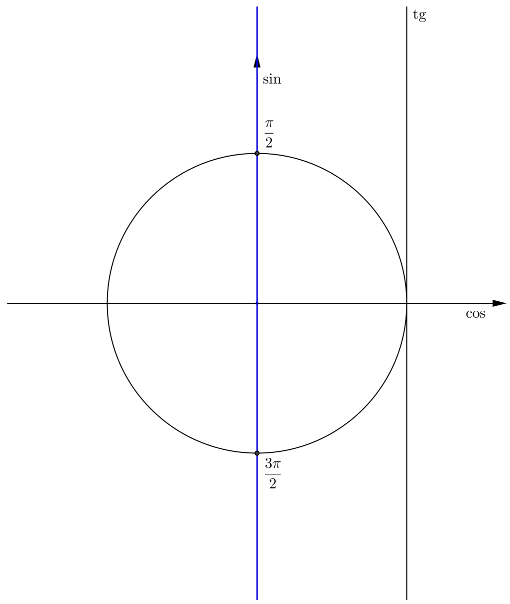
Odredit cemo prvo argument kompleksnog broja z', slijedi:

$$\operatorname{tg}\varphi' = \frac{y'}{x'} \begin{array}{l}\leftarrow 1\\ \leftarrow 0\end{array}$$

$$\operatorname{tg}\varphi' = \frac{1}{0}$$

$$\operatorname{tg}\varphi' = \text{nedef.}$$

Iz tablice mozemo iscitati da kut za koji vrijednost trigonometrijske funkcije tangens nije definirana jest $\frac{\pi}{2}$. Drugi kut za koji je vrijednost trigonometrijske funkcije tangens nedefinirana iscitat cemo sa sljedece slike:



Kako znamo da vrijednosti trigonometrijske funkcije tangens citamo s pravca okomitog na os apscisu tockom $E(1,0)$. Da bismo odredili koliko ta vrijednost iznosi gledamo y koordinatu sjecista pravaca ishodistem i tockom koja je pridruzena eksponencijalnim preslikavanjem kutu ciju vrijednost trigonometrijske funkcije tangens trazimo. Sa slike se jasno vidi da jedini kutovi za koje je nemoguce odrediti vrijesdnosti trigonometrijske funkcije tangens su upravo kutovi $\varphi_1' = \frac{\pi}{2}$ i $\varphi_2' = \frac{3\pi}{2}$.

Kako znamo da se broj i u Gaussovoj (kompleksnoj) ravnini oznacava na gornjem dijelu osi ordinata, uzet cemo za argument kut $\frac{\pi}{2}$ jer se i on nalazi na gornjem dijelu osi ordinata.

Preostaje jos odrediti modul kompleksnog broja z' odnosno njegovu udaljenost od ishodista Gaussove (kompleksne) ravnine, slijedi:

$$r' = \sqrt{\underset{\substack{\uparrow\\0}}{x'^2} + \underset{\substack{\uparrow\\1}}{y'^2}}$$

$$r' = \sqrt{0^2 + 1^2} = \sqrt{0+1} = \sqrt{1}$$

$$r' = 1$$

Dakle kompleksan broj z' ima sljedeci zapis u trigonometrijskom obliku, vrijedi:

$$i = 1\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)$$

$$i = \cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}$$

Sada kompleksan broj z poprima sljedeci oblik, slijedi:

$$z = 3 \cdot \overset{\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}}{\overset{\downarrow}{i}} \cdot \left(\cos\frac{13\pi}{12} + i \cdot \sin\frac{13\pi}{12}\right)$$

$$z = 3 \cdot \left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right) \cdot \left(\cos\frac{13\pi}{12} + i \cdot \sin\frac{13\pi}{12}\right)$$

Prisjetimo se da se mnozenje kompleksnih brojeva u trigonometrijskom obliku svodi na mnozenje modula i zbrajanje argumenata. Slijedi:

$$z = 3 \cdot 1 \cdot \left[\cos\left(\frac{\pi}{2} + \frac{13\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{13\pi}{12}\right)\right]$$

$$z = 3 \cdot \left[\cos\left(\frac{6\pi}{12} + \frac{13\pi}{12}\right) + i\sin\left(\frac{6\pi}{12} + \frac{13\pi}{12}\right)\right]$$

$$z = 3 \cdot \left(\cos\frac{19\pi}{12} + i\sin\frac{19\pi}{12}\right)$$

Sada je komleksan broj z u trigonometrijskom obliku i time je zadatak rijesen.

Zadatak 17: 6) (str. 69) Zapisi u trigonometrijskom obliku sljedeci kompleksan broj:

$$z = 1 - \cos\frac{5\pi}{3} - i \cdot \sin\frac{5\pi}{3}$$

Rjesenje: Nacin rjesavanj koji cemo predstaviti u sljedecim redovima isprva ce se ciniti vrlo neintuitivnim. Pocet cemo tako da broj $\frac{5\pi}{3}$ pomnozimo brojem $\frac{1}{2}$, slijedi:

$$\frac{5\pi}{3} \;/\cdot \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{5\pi}{6}$$

Broj z sada poprima sljedeci oblik, vrijedi:

$$z = 1 - \cos\left(2 \cdot \frac{5\pi}{6}\right) - i \cdot \sin\left(2 \cdot \frac{5\pi}{6}\right)$$

Sumande koji sacinjavaju broj z raspisat cemo redom prema temeljnom trigonometrijskom identitetu, odnosno prema jednakosti $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$, nadalje prema kosinusu dvostrukog kuta, odnosno prema jednakosti $\cos 2t = \cos^2 t - \sin^2 t$ te posljednji sumand prema sinusu dvostrukog kuta, odnosno prema jednakosti $\sin 2t = 2 \sin t \cos t$. Imajuci to na umu kompleksan broj z poprima sljedeci oblik, naime slijedi:

$$z = \underset{\sin^2 \frac{5\pi}{6} + \cos^2 \frac{5\pi}{6}}{\underset{\downarrow}{1}} - \overbrace{\cos\left(2 \cdot \frac{5\pi}{6}\right)}^{\cos^2 \frac{5\pi}{6} - \sin^2 \frac{5\pi}{6}} - i \cdot \overbrace{\sin\left(2 \cdot \frac{5\pi}{6}\right)}^{2 \sin \frac{5\pi}{6} \cos \frac{5\pi}{6}}$$

$$z = \sin^2 \frac{5\pi}{6} + \cos^2 \frac{5\pi}{6} - \left(\cos^2 \frac{5\pi}{6} - \sin^2 \frac{5\pi}{6}\right) - i \cdot 2 \sin \frac{5\pi}{6} \cos \frac{5\pi}{6}$$

Promijenimo predznak clanovima u zagradi, slijedi:

$$z = \sin^2 \frac{5\pi}{6} + \cos^2 \frac{5\pi}{6} - \cos^2 \frac{5\pi}{6} + \sin^2 \frac{5\pi}{6} - i \cdot 2 \sin \frac{5\pi}{6} \cos \frac{5\pi}{6}$$

Pokratimo suprotne sumande, slijedi:

$$z = \sin^2 \frac{5\pi}{6} + \cancel{\cos^2 \frac{5\pi}{6}} - \cancel{\cos^2 \frac{5\pi}{6}} + \sin^2 \frac{5\pi}{6} - i \cdot 2 \sin \frac{5\pi}{6} \cos \frac{5\pi}{6}$$

$$z = \sin^2 \frac{5\pi}{6} + \sin^2 \frac{5\pi}{6} - i \cdot 2 \sin \frac{5\pi}{6} \cos \frac{5\pi}{6}$$

Zbrojimo jednake sumande, slijedi:

$$z = 2 \sin^2 \frac{5\pi}{6} - i \cdot 2 \sin \frac{5\pi}{6} \cos \frac{5\pi}{6}$$

Izlucimo izraz $2 \sin \frac{5\pi}{6}$ iz oba clana sume, slijedi:

$$z = 2 \sin \frac{5\pi}{6} \cdot \left(\sin \frac{5\pi}{6} - i \cdot \cos \frac{5\pi}{6}\right)$$

Uocavani da se u danom zapisu broj i nalazi se uz funkciju kosinus sto nije konzistentno s trigonometrijskim zapisom kompleksnog broja, naime broj i treba stajati uz funkciju sinus. Zapisimo dani broj na sljedeci nacin:

$$z = 2 \sin \frac{5\pi}{6} \cdot \left(1 \cdot \sin \frac{5\pi}{6} - i \cdot \cos \frac{5\pi}{6}\right)$$

Prisjetimo se da je imaginarna jedinica i broj za koji vrijedi:

$$i^2 = -1$$

Izmnozimo danu jednakost s -1, slijedi:

$$i^2 = -1 \;/\cdot(-1)$$
$$i^2 \cdot (-1) = -1 \cdot (-1)$$
$$-i^2 = (-1)^2$$
$$-i^2 = 1$$

Primjenimo ovaj izraz na kompleksan broj z, slijedi:

$$z = 2\sin\frac{5\pi}{6} \cdot \left(\overset{-i^2}{1} \cdot \sin\frac{5\pi}{6} - i \cdot \cos\frac{5\pi}{6}\right)$$
$$z = 2\sin\frac{5\pi}{6} \cdot \left(-i^2 \cdot \sin\frac{5\pi}{6} - i \cdot \cos\frac{5\pi}{6}\right)$$

Izlucimo $-i$ iz oba clana sume u zagradi, slijedi:

$$z = 2\sin\frac{5\pi}{6} \cdot (-i) \cdot \left(i \cdot \sin\frac{5\pi}{6} + \cos\frac{5\pi}{6}\right)$$

Zamijenimo poredak sumanada unutar zagrade, slijedi:

$$z = 2\sin\frac{5\pi}{6} \cdot (-i) \cdot \left(\cos\frac{5\pi}{6} + i \cdot \sin\frac{5\pi}{6}\right)$$

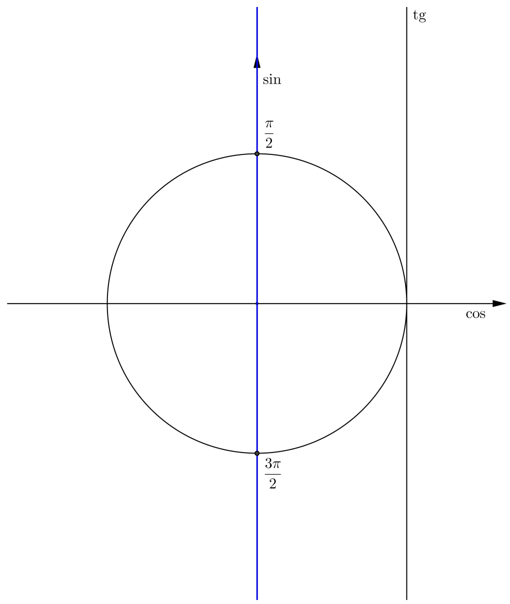
Preostaje nam jos srediti broj $-i$ ispred zagrade. To cemo uciniti tako da ga zapisemo u trigonometrijskom obliku. Dakle zapisujemo broj $z' = -i$ ˇtrigonometrijskom obliku, vrijedi:

$$z' = -i$$
$$x' = \operatorname{Re} z' = 0 \;\text{ i }\; y' = \operatorname{Im} z' = -1$$

Odredit cemo prvo argument kompleksnog broja z', slijedi:

$$\operatorname{tg}\varphi' = \frac{y'}{x'} \begin{array}{l} \leftarrow -1 \\ \leftarrow 0 \end{array}$$
$$\operatorname{tg}\varphi' = \frac{-1}{0}$$
$$\operatorname{tg}\varphi' = \text{nedef.}$$

Iz tablice mozemo iscitati da kut za koji vrijednost trigonometrijske funkcije tangens nije definirana jest $\frac{\pi}{2}$. Drugi kut za koji je vrijednost trigonometrijske funkcije tangens nedefinirana iscitat cemo sa sljedece slike:



Kako znamo da vrijednosti trigonometrijske funkcije tangens citamo s pravca okomitog na os apscisu tockom $E\,(1,0)$. Da bismo odredili koliko ta vrijednost iznosi gledamo y koordinatu sjecista pravaca ishodistem i tockom koja je pridruzena eksponencijalnim preslikavanjem kutu ciju vrijednost trigonometrijske funkcije tangens trazimo. Sa slike se jasno vidi da jedini kutovi za koje je nemoguce odrediti vrijesdnosti trigonometrijske funkcije tangens su upravo kutovi $\varphi_1' = \dfrac{\pi}{2}$ i $\varphi_2' = \dfrac{3\pi}{2}$.

Kako znamo da se broj $-i$ u Gaussovoj (kompleksnoj) ravnini oznacava na donjem dijelu osi ordinata, uzet cemo za argument kut $\dfrac{3\pi}{2}$ jer se i on nalazi na donjem dijelu osi ordinata.

Preostaje jos odrediti modul kompleksnog broja z' odnosno njegovu udaljenost od ishodista Gaussove (kompleksne) ravnine, slijedi:

$$r' = \sqrt{\underset{\substack{\uparrow \\ 0}}{x'^2} + \underset{\substack{\uparrow \\ 1}}{y'^2}}$$

$$r' = \sqrt{0^2 + (-1)^2} = \sqrt{0+1} = \sqrt{1}$$
$$r' = 1$$

Dakle kompleksan broj z' ima sljedeci zapis u trigonometrijskom obliku, vrijedi:

$$-i = 1\left(\cos\frac{3\pi}{2} + i\sin\frac{3\pi}{2}\right)$$

$$-i = \cos\frac{3\pi}{2} + i\sin\frac{3\pi}{2}$$

Sada kompleksan broj z poprima sljedeci oblik, slijedi:

$$z = 2\sin\frac{5\pi}{6}\cdot \underset{\downarrow}{\overset{\cos\frac{3\pi}{2}+i\sin\frac{3\pi}{2}}{(-i)}} \cdot \left(\cos\frac{5\pi}{6} + i\cdot\sin\frac{5\pi}{6}\right)$$

$$z = 2\sin\frac{5\pi}{6}\cdot\left(\cos\frac{3\pi}{2} + i\sin\frac{3\pi}{2}\right)\cdot\left(\cos\frac{5\pi}{6} + i\cdot\sin\frac{5\pi}{6}\right)$$

Prisjetimo se da se mnozenje kompleksnih brojeva u trigonometrijskom obliku svodi na mnozenje modula i zbrajanje argumenata. Slijedi:

$$z = 2\sin\frac{5\pi}{6}\cdot 1\cdot\left(\cos\frac{3\pi}{2} + i\sin\frac{3\pi}{2}\right)\cdot\left(\cos\frac{5\pi}{6} + i\cdot\sin\frac{5\pi}{6}\right)$$

$$z = 2\sin\frac{5\pi}{6}\cdot\left[\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\frac{5\pi}{6}\right)\right]$$

$$z = 2\sin\frac{5\pi}{6}\cdot\left[\cos\left(\frac{9\pi}{6}+\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{9\pi}{6}+\frac{5\pi}{6}\right)\right]$$

$$z = 2\sin\frac{5\pi}{6}\cdot\left(\cos\frac{14\pi}{6} + i\sin\frac{14\pi}{6}\right)$$

Primjetimo da je kut $\frac{14\pi}{6}$ veci od 2π sto zahtijeva odredjivanje glavne mjere danog kuta. Prisjetimo se da se glavna mjera kuta t racuna prema izrazu:

$$t' = t - \left\lfloor\frac{t}{2\pi}\right\rfloor\cdot 2\pi$$

Racunamo:

$$t' = \underset{\overset{\uparrow}{\frac{14\pi}{6}}}{t} - \left\lfloor\frac{\overset{\frac{14\pi}{6}}{\overset{\downarrow}{t}}}{2\pi}\right\rfloor\cdot 2\pi$$

$$t' = \frac{14\pi}{6} - \left\lfloor\frac{\frac{14\pi}{6}}{\frac{2\pi}{1}}\right\rfloor\cdot 2\pi$$

Pokratimo sto se pokratiti dade, slijedi:

$$t' = \frac{14\pi}{6} - \left\lfloor\frac{\frac{\cancel{14\pi}^{7}}{6}}{\frac{{}_{1}\cancel{2\pi}}{1}}\right\rfloor\cdot 2\pi$$

$$t' = \frac{14\pi}{6} - \left\lfloor \frac{\frac{7}{6}}{\frac{1}{1}} \right\rfloor \cdot 2\pi$$

Izraz unutar zagrade rjesavamo prema pravilu rjesavanja dvostrukog razlomka, odnoso prema izrazu $\left(\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}\right) = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$, slijedi:

$$t' = \frac{14\pi}{6} - \left\lfloor \frac{7 \cdot 1}{6 \cdot 1} \right\rfloor \cdot 2\pi$$

$$t' = \frac{14\pi}{6} - \left\lfloor \frac{7}{6} \right\rfloor \cdot 2\pi$$

$$t' = \frac{14\pi}{6} - \lfloor 1.1\dot{6} \rfloor \cdot 2\pi$$

Prisjetimo se da funkcija $f(x) = \lfloor x \rfloor$ prema definiciji vraca najveci cijeli broj koji je manji ili jednak broju x. Imajuci to na umu slijedi:

$$t' = \frac{14\pi}{6} - \overbrace{\lfloor 1.1\dot{6} \rfloor}^{1} \cdot 2\pi$$

$$t' = \frac{14\pi}{6} - 1 \cdot 2\pi$$

$$t' = \frac{14\pi}{6} - \frac{12\pi}{6}$$

$$t' = \frac{2\pi}{6}$$

Dakle broj z sada poprima sljedeci oblik, vrijedi:

$$z = 2\sin\frac{5\pi}{6} \cdot \left(\cos\frac{2\pi}{6} + i\sin\frac{2\pi}{6}\right)$$

Pokratimo sto se pokratiti dade, slijedi:

$$z = 2\sin\frac{5\pi}{6} \cdot \left(\cos\frac{{}^{1}\cancel{2}\pi}{\cancel{6}_{3}} + i\sin\frac{{}^{1}\cancel{2}\pi}{\cancel{6}_{3}}\right)$$

$$z = 2\sin\frac{5\pi}{6} \cdot \left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$$

Sada je komleksan broj z u trigonometrijskom obliku i time je zadatak rijesen.