Eksponencijalne jednadzbe

Zadatak 1: Rijesi eksponencijalnu jednadzbu:

$$0.125^{2-3x} = \frac{1}{32}$$

Rjesenje:
Vidimo da su i 0.125 i 32 potencije broja 2 pa ih tako i zapisem.

$$\left(\frac{125}{1000}\right)^{2-3x} = \frac{1}{2^5}$$

Pokratimo razlomak s lijeve strane i zapisemo desnu stranu u obliku potencije s bazom 2.

$$\left(\frac{1}{8}\right)^{2-3x} = 2^{-5}$$

Zapisem razlomak s desne strane kao porenciju baze 2, ($\frac{1}{8} = \frac{1}{2^3} = 2^{-3}$)

$$\left(2^{-3}\right)^{2-3x} = 2^{-5}$$

Sredim desnu stranu po pravilu potenciranja potencija: $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$.

$$2^{-3(2-3x)} = 2^{-5}$$

$$2^{-6+9x} = 2^{-5}$$

Prema svojstvu eksponencijalne funkcije $a^{x_1} = a^{x_2} \Rightarrow x_1 = x_2$ slijedi:

$$-6 + 9x = -5$$

$$9x = -5 + 6$$

$$9x = 1 \ / : 9$$

$$x = \frac{1}{9}$$

Zadatak 2: Rijesi eksponencijalnu jednadzbu:

$$4^{-\frac{1}{2}x+2} = 8^{-\frac{1}{2}x+2}$$

Rjesenje:
Vidimo da su i 4 i 8 potencije broja 2 pa ih tako i zapisem.

$$(2^2)^{-\frac{1}{2}x+2} = (2^3)^{-\frac{1}{2}x+2}$$

Sredim lijevu i desnu stranu po pravilu potenciranja potencija: $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$.

$$2^{2\left(-\frac{1}{2}x+2\right)} = 2^{3\left(-\frac{1}{2}x+2\right)}$$

$$2^{-x+4} = 2^{-\frac{3}{2}x+6}$$

Prema svojstvu eksponencijalne funkcije $a^{x_1} = a^{x_2} \Rightarrow x_1 = x_2$ slijedi:

$$-x + 4 = -\frac{3}{2}x + 6 \ / \cdot 2$$

$$-2x + 8 = -3x + 12$$

$$-2x + 3x = 12 - 8$$

$$x = 4$$

Zadatak 3: Rijesi eksponencijalnu jednadzbu:

$$11^{2x} = 220$$

Rjesenje:
Dakle ovdje desnu stranu ne mozemo prikazati kao potenciju nijednog broja jer je 220 zapravo umnozak potencija broja 11, 2 i 5. Jedino sto mogu je logaritmirati obje strane jednadzbe:

$$11^{2x} = 220 \ / \log_{11}$$

$$\log_{11} 11^{2x} = \log_{11} 220$$

Desnu stranu mogu srediti prema svojstvu logaritma $\log_a x^r = r \cdot \log_a x$, drugim rijecima exponent potencije ispod logaritma zapisem ispred logaritma:

$$2x \cdot \log_{11} 11 = \log_{11} 220$$

Znamo da je $\log_{11} 11 = 1$ pa vrijedi:

$$2x = \log_{11} 220 \ / : 2$$

$$x = \frac{\log_{11} 220}{2}$$

Prema pravilu o zamjeni baza u logaritmu $\left(\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}\right)$ vrijedi:

$$\log_{11} 220 = \frac{\log 220}{\log 11}$$

Tada je x jednak:

$$x = \frac{\frac{\log 220}{\log 11}}{2}$$

$$x = \frac{\frac{\log 220}{\log 11}}{\frac{2}{1}}$$

$$x = \frac{\log 220}{2 \log 11}$$

Zadatak 4: Rijesi eksponencijalnu jednadzbu:

$$3^{x-1} = 5^{2-x}$$

Rjesenje:
Dakle znamo da mozemo mnoziti potencije ili istih baza ili istih eksponenanta. Pomnim promatranjem dane jednadzbe vidimo da baze nikako ne mozemo svesti na istu bazu, (2 i 5 su prosti brojevi), pa jedina stvar koja nam preostaje je manipuliranje eksponentima, pa za pocetak rastavim potencije s desne i lijeve strane po pravilu za mnozenje potencija istih baza $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$:

$$3^x \cdot 3^{-1} = 5^2 \cdot 5^{-x}$$

Sredim desnu stranu prema sljedecem pravilu za potencije sa negativnim eksponentom $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$:

$$3^x \cdot \frac{1}{3} = 25 \cdot \frac{1}{5^x}$$

Kao sto smo navikli raditi prebacimo sve izraze s nepoznanicom na lijevu stranu a ostatak na desnu stranu, dakle mnozim jednadzbu sa $3 \cdot 5^x$:

$$3^x \cdot \frac{1}{3} = 25 \cdot \frac{1}{5^x} \; / \cdot 3 \cdot 5^x$$

$$3^x \cdot 5^x = 25 \cdot 3$$

Sredim desnu stranu prema pravilu za mnozenje potencija istih eksponenanta $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$:

$$15^x = 75$$

Kako 75 sigurno nije potencija baze 15 moram se posluziti logaritmima, dakle logaritmiram i lijevu i desnu stranu jednadzbe s $\log_{15}$:

$$15^x = 75 \; / \log_{15}$$

$$\log_{15} 15^x = \log_{15} 75$$

Prema svojstvu logaritama $\log_a a^x = x$ jednadzna prelazi u sljedeci oblik:

$$x = \log_{15} 75$$

Prema pravilu o zamjeni baza u logaritmu $\left(\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}\right)$ vrijedi:

$$x = \frac{\log 75}{\log 15}$$

Zadatak 5: Rijesi eksponencijalnu jednadzbu:

$$2^{2x-1} = 9^{x+1}$$

Rjesenje:
Promatranjem jednadzbe prvo sto vidimo jest da se na desnoj strani nalazi potencija sa bazom 9, a znamo da je $9 = 3^2$, pa zamijenimo onda 9 sa 3^2:

$$2^{2x-1} = \left(3^2\right)^{x+1}$$

Sredim desnu stranu po pravilu potenciranja potencija: $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$.

$$2^{2x-1} = 3^{2(x+1)}$$

$$2^{2x-1} = 3^{2x+2}$$

Rastavim potencije s desne i lijeve strane po pravilu za mnozenje potencija istih baza $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$:

$$2^{2x} \cdot 2^{-1} = 3^{2x} \cdot 3^2$$

Sredim sto se dade srediti, dakle znam da vrijedi sljedece pravilo za potencije sa negativnim eksponentom $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$:

$$2^{2x} \cdot \frac{1}{2} = 3^{2x} \cdot 9$$

Kao sto smo navikli raditi prebacimo sve izraze s nepoznanicom na lijevu stranu a ostatak na desnu stranu, dakle prvo mnozim jednadzbu sa 9, a nakon toga je dijelim sa 3^{2x}:

$$2^{2x} \cdot \frac{1}{2} = 3^{2x} \cdot 9 \ / \cdot 2$$

$$2^{2x} = 3^{2x} \cdot 18 \ / : 3^{2x}$$

$$\frac{2^{2x}}{3^{2x}} = 18$$

Prema pravilu za dijeljenje potencija istih eksponenata $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$ sredim lijevu stranu:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} = 18$$

Kako 18 sigurno nije potencija baze $\frac{2}{3}$ moram se posluziti logaritmima, dakle logaritmiram i lijevu i desnu stranu jednadzbe s $\log_{\frac{2}{3}}$:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} = 18 \ / \log_{\frac{2}{3}}$$

$$\log_{\frac{2}{3}} \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} = \log_{\frac{2}{3}} 18$$

Prema svojstvu logaritama $\log_a a^x = x$ jednadzna prelazi u sljedeci oblik:

$$2x = \log_{\frac{2}{3}} 18$$

Prema pravilu o zamjeni baza u logaritmu $\left(\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}\right)$ vrijedi:

$$2x = \frac{\log 18}{\log \frac{2}{3}}$$

Podijelim jednadzbu sa 2 i dobijem da je x jednak:

$$2x = \frac{\log 18}{\log \frac{2}{3}} \ / : 2$$

$$x = \frac{\frac{\log 18}{\log \frac{2}{3}}}{2}$$

$$x = \frac{\frac{\log 18}{\log \frac{2}{3}}}{\frac{2}{1}}$$

$$x = \frac{\log 18}{2 \cdot \log \frac{2}{3}}$$

<u>Zadatak 6</u>: Rijesi eksponencijalnu jednadzbu:

$$9^x = 27^{x-1}$$

<u>Rjesenje</u>:
Promatrajuci jednadzbu vidim da se s obje strane nalaze baze koje mogu prikazati kao potencije broja 3 pa to i ucinim:

$$\left(3^2\right)^x = \left(3^3\right)^{x-1}$$

Sredim lijevu i desnu stranu po pravilu potenciranja potencija: $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$:

$$3^{2x} = 3^{3(x-1)}$$

$$3^{2x} = 3^{3x-3}$$

Prema svojstvu eksponencijalne funkcije $a^{x_1} = a^{x_2} \Rightarrow x_1 = x_2$ slijedi:

$$2x = 3x - 3$$

$$2x - 3x = -3$$

$$-x = -3 \ / \cdot (-1)$$

$$x = 3$$

Zadatak 7: Rijesi eksponencijalnu jednadzbu:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{3x-2} = 81^{4x+1}$$

Rjesenje:
Promatrajuci jednadzbu vidim da se s obje strane nalaze baze koje mogu prikazati kao potencije broja 3 pa to i ucinim, naime znam da vrijedi sljedece pravilo za potencije sa negativnim eksponentom $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$:

$$\left(3^{-1}\right)^{3x-2} = \left(3^4\right)^{4x+1}$$

Sredim lijevu i desnu stranu po pravilu potenciranja potencija: $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$:

$$3^{(-1)(3x-2)} = 3^{4(4x+1)}$$

$$3^{-3x+2} = 3^{16x+4}$$

Prema svojstvu eksponencijalne funkcije $a^{x_1} = a^{x_2} \Rightarrow x_1 = x_2$ slijedi:

$$-3x + 2 = 16x + 4$$

$$-3x - 16x = 4 - 2$$

$$-19x = 2 \ / : (-19)$$

$$x = \frac{2}{-19}$$

$$x = -\frac{2}{19}$$

Zadatak 8: Rijesi eksponencijalnu jednadzbu:

$$2^{x+1} \cdot 5^{2x-1} = 40 \cdot 0.1^{x+2}$$

Rjesenje:
Promotrim jednadzbu i uocim da imam tri razlicite baze 2, 5 i 0.1. Za pocetak pretvorim bazu 0.1 zapisanu u decimalnom obliku u razlomak:

$$2^{x+1} \cdot 5^{2x-1} = 40 \cdot \left(\frac{1}{10}\right)^{x+2}$$

Sredim desnu stranu jednadzbe prema sljedecem pravilu za potencije s negativnim eksponentom $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$:

$$2^{x+1} \cdot 5^{2x-1} = 40 \cdot \left(10^{-1}\right)^{x+2}$$

Sredim desnu stranu po pravilu potenciranja potencija: $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$:

$$2^{x+1} \cdot 5^{2x-1} = 40 \cdot 10^{(-1)(x+2)}$$

$$2^{x+1} \cdot 5^{2x-1} = 40 \cdot 10^{-x-2}$$

Nadalje kako sve potencije imaju razlicite baze jedina mogucnost da ih pomnozim je da ih svedem da isti eksponent. Kako da bih to napravio rastavim sve potencije prema pravilu za mnozenje potencija istih baza $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$:

$$2^x \cdot 2^1 \cdot 5^{2x} \cdot 5^{-1} = 40 \cdot 10^{-x} \cdot 10^{-2}$$

Nadalje zapisem potenciju 5^{2x} prema pravilu za potenciranje potencija, $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$, kao potenciju s eksponentom x, naime vrijedi:

$$5^{2x} = 5^{2 \cdot x} = \left(5^2\right)^x = 25^x$$

Nadalje isto napravim s potencijom 10^{-x} prema pravilu za potencije s negativnim eksponentom $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$:

$$10^{-x} = \frac{1}{10^x}$$

Vratimo se sada s tim saznanjima u eksponencijalnu jednadzbu:

$$2^x \cdot 2^1 \cdot 25^x \cdot 5^{-1} = 40 \cdot \frac{1}{10^x} \cdot 10^{-2}$$

Sredim jednadzbu prema pravilu za potencije s negativnim eksponentom $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$:

$$2^x \cdot 2 \cdot 25^x \cdot \frac{1}{5} = 40 \cdot \frac{1}{10^x} \cdot \frac{1}{10^2}$$

$$2^x \cdot 2 \cdot 25^x \cdot \frac{1}{5} = 40 \cdot \frac{1}{10^x} \cdot \frac{1}{100}$$

Prebacim sve potencije s nepoznanicom u eksponentu na lijevu stranu a sve ostale potencije na desnu stranu, dakle prvo mnozim jednadzbu sa $5 \cdot 10^x$:

$$2^x \cdot 2 \cdot 25^x \cdot \frac{1}{5} = 40 \cdot \frac{1}{10^x} \cdot \frac{1}{100} \ / \cdot 5 \cdot 10^x$$

$$2^x \cdot 2 \cdot 25^x \cdot 10^x = 40 \cdot \frac{1}{100} \cdot 5$$

Podijelim jos jednadzbu s 2 tako se rijesim dvojke na lijevoj strani:

$$2^x \cdot 2 \cdot 25^x \cdot 10^x = 40 \cdot \frac{1}{100} \cdot 5 \ / : 2$$

$$2^x \cdot 25^x \cdot 10^x = 40 \cdot \frac{1}{100} \cdot 5 \cdot \frac{1}{2}$$

Sredim prvo desnu stranu jednadzbe, kada se izmnoze svi brojevi dobije se zapravo 1:

$$2^x \cdot 25^x \cdot 10^x = 1$$

Sredim lijevu stranu jednadzbe prema pravilu za mnozenje potencija istih eksponenata $a^n \cdot b^b = (a \cdot b)^n$:

$$(2 \cdot 25 \cdot 10)^x = 1$$

$$500^x = 1$$

No da bi ova jednakost vrijedila x mora biti jednak 0 jer vrijedi $a^0 = 1$ za svaki a:

$$500^x = 500^0$$

Prema svojstvu eksponencijalne funkcije $a^{x_1} = a^{x_2} \Rightarrow x_1 = x_2$ slijedi:

$$x = 0$$

Zadatak 9: Rijesi eksponencijalnu jednadzbu:

$$3^{x+1} \cdot 2^{2x-1} = 18 \cdot 12^{3-x}$$

Rjesenje:

Dakle pratim istu ideju kao i u prethodnom zadatku, posto promatrajuci jednadzbu vidim da su sve potencije razlicite da bih mogao racunati s njima moram ih svesti na isti eksponent, ya pocetak rastavim sve potencije po pravilu za mnozenje potencija istih baza $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$:

$$3^x \cdot 3^1 \cdot 2^{2x} \cdot 2^{-1} = 18 \cdot 12^3 \cdot 12^{-x}$$

Sredim jednadzbu prema pravilu za potencije s negativnim eksponentom $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$:

$$3^x \cdot 3 \cdot 2^{2x} \cdot \frac{1}{2} = 18 \cdot 12^3 \cdot \frac{1}{12^x}$$

Jedina potencija koja jos nije zapisana kao potencija s eksponentom x jest 2^{2x} no to lako rijesimo prema pravilu za potenciranje potencija $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$ naime vrijedi

$$2^{2x} = 2^{2 \cdot x} = 2^{x \cdot 2} = \left(2^2\right)^x = 4^x$$

Vratimo se sada s tim saznanjem u eksponencijalnu jednadzbu:

$$3^x \cdot 3 \cdot 4^x \cdot \frac{1}{2} = 18 \cdot 12^3 \cdot \frac{1}{12^x}$$

Prebacim sve potencije s nepoznanicom u eksponentu na lijevu stranu a sve ostale potencije na desnu stranu, dakle prvo mnozim jednadzbu sa $2 \cdot 12^x$:

$$3^x \cdot 3 \cdot 4^x \cdot \frac{1}{2} = 18 \cdot 12^3 \cdot \frac{1}{12^x} \ / \cdot 2 \cdot 12^x$$

$$3^x \cdot 3 \cdot 4^x \cdot 12^x = 18 \cdot 12^3 \cdot 2$$

Podijelim jos jednadzbu s 2 tako se rijesim trojke na lijevoj strani:

$$3^x \cdot 3 \cdot 4^x \cdot 12^x = 18 \cdot 12^3 \cdot 2 \ / : 3$$

$$3^x \cdot 4^x \cdot 12^x = 18 \cdot 12^3 \cdot 2 \cdot \frac{1}{3}$$

Sredim prvo desnu stranu jednadzbe, kada se izmnoze svi brojevi dobije se zapravo $\frac{1}{144}$

$$3^x \cdot 4^x \cdot 12^x = \frac{1}{144}$$

Sredim lijevu stranu jednadzbe prema pravilu za mnozenje potencija istih eksponenata $a^n \cdot b^b = (a \cdot b)^n$:

$$144^x = \frac{1}{144}$$

Sredim jednadzbu prema pravilu za potencije s negativnim eksponentom $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$:

$$144^x = 144^{-1}$$

Prema svojstvu eksponencijalne funkcije $a^{x_1} = a^{x_2} \Rightarrow x_1 = x_2$ slijedi:

$$x = -1$$

Zadatak 10: Rijesi eksponencijalnu jednadzbu:

$$0.1 \cdot 10^{2x-1} = \sqrt[3]{0.01}$$

Rjesenje:
Promotrim li jednadzbu vidim sa se u njoj nalaze brojevi zapisani u decimalnom obliku pa ih pretvorim u razlomke:

$$\frac{1}{10} \cdot 10^{2x-1} = \sqrt[3]{\frac{1}{100}}$$

Nadalje uocavam da 100 mogu zapisati u obliku potencije s bazom 10:

$$\frac{1}{10} \cdot 10^{2x-1} = \sqrt[3]{\frac{1}{10^2}}$$

Sredim jednadzbu prema pravilu za potencije s negativnim eksponentom $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$:

$$10^{-1} \cdot 10^{2x-1} = \sqrt[3]{10^{-2}}$$

Nadalje znam da n-ti korijen iz nekog broja mogu zapisati kao potenciju prema sljedecem pravilu: $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$, dakle tada mogu desnu stranu jednadzbe zapisati u sljedecem obliku:

$$10^{-1} \cdot 10^{2x-1} = \left(10^{-2}\right)^{\frac{1}{3}}$$

Sredim desnu stranu prema pravilu za potenciranje potencija $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$:

$$10^{-1} \cdot 10^{2x-1} = 10^{-2 \cdot \frac{1}{3}}$$

$$10^{-1} \cdot 10^{2x-1} = 10^{-\frac{2}{3}}$$

Sredim lijevu stranu jednadzbe prema pravilu za mnozenje potencija istih baza $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$:

$$10^{-1+2x-1} = 10^{-\frac{2}{3}}$$

$$10^{2x-2} = 10^{-\frac{2}{3}}$$

Prema svojstvu eksponencijalne funkcije $a^{x_1} = a^{x_2} \Rightarrow x_1 = x_2$ slijedi:

$$2x - 2 = -\frac{2}{3} \; / \cdot 3$$

$$6x - 6 = -2$$

$$6x = -2 + 6$$

$$6x = 4 \; / : 6$$

$$x = \frac{4}{6}$$

$$x = \frac{2}{3}$$

Zadatak 11: Rijesi eksponencijalnu jednadzbu:

$$0.25 \cdot \sqrt[3]{4^{2x-1}} = 8^{-\frac{2}{3}}$$

Rjesenje:
Promotrim li jednadzbu vidim sa se u njoj nalaze brojevi zapisani u decimalnom obliku pa ih pretvorim u razlomke:

$$\frac{25}{100} \cdot \sqrt[3]{4^{2x-1}} = 8^{-\frac{2}{3}}$$

$$\frac{1}{4} \cdot \sqrt[3]{4^{2x-1}} = 8^{-\frac{2}{3}}$$

Nadalje uocavam da baze svih potencija mogu zapisati u obliku potencija s bazom 2:

$$\frac{1}{2^2} \cdot \sqrt[3]{\left(2^2\right)^{2x-1}} = \left(2^3\right)^{-\frac{2}{3}}$$

Sredim lijevu stranu jednadzbu prema pravilu za potencije s negativnim eksponentom
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$:

$$2^{-2} \cdot \sqrt[3]{\left(2^2\right)^{2x-1}} = \left(2^3\right)^{-\frac{2}{3}}$$

Sredim jednadzbu prema pravilu za potenciranje potencija $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$:

$$2^{-2} \cdot \sqrt[3]{2^{2(2x-1)}} = 2^{3\left(-\frac{2}{3}\right)}$$

$$2^{-2} \cdot \sqrt[3]{2^{4x-2}} = 2^{-2}$$

Nadalje znam da n-ti korijen iz nekog broja mogu zapisati kao potenciju prema sljedecem pravilu: $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$, dakle tada mogu desnu stranu jednadzbe zapisati u sljedecem obliku:

$$2^{-2} \cdot \left(2^{4x-2}\right)^{\frac{1}{3}} = 2^{-2}$$

Sredim lijevu stranu jednadzbe prema pravilu za potenciranje potencija
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$:

$$2^{-2} \cdot 2^{\frac{4}{3}x-\frac{2}{3}} = 2^{-2}$$

Sredim lijevu stranu jednadzbe prema pravilu za mnozenje potencija istih baza
$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$:

$$2^{-2+\frac{4}{3}x-\frac{2}{3}} = 2^{-2}$$

$$2^{\frac{4}{3}x-\frac{8}{3}} = 2^{-2}$$

Prema svojstvu eksponencijalne funkcije $a^{x_1} = a^{x_2} \Rightarrow x_1 = x_2$ slijedi:

$$\frac{4}{3}x - \frac{8}{3} = -2 \;/ \cdot 3$$

$$4x - 8 = -6$$

$$4x = -6 + 8$$

$$4x = 2 \;/ : 4$$

$$x = \frac{2}{4}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

<u>Zadatak 12</u>: Rijesi eksponencijalnu jednadzbu:

$$27^{1-x} + 3 \cdot 9^{-1.5x} = 10$$

<u>Rjesenje:</u>
Promotrim li jednadzbu uocavam da baze svih potencija mogu zapisati u obliku potencija s bazom 3:

$$\left(3^3\right)^{1-x} + 3 \cdot \left(3^2\right)^{-1.5x} = 10$$

Sredim lijevu stranu jednadzbu prema pravilu za potenciranje potencija $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$:

$$3^{3(1-x)} + 3 \cdot 3^{2 \cdot (-1.5x)} = 10$$

$$3^{3-3x} + 3 \cdot 3^{-3x} = 10$$

Rastavim potencije na lijevoj strani jednadzbe prema pravilu za mnozenje potencija istih baza $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$:

$$3^3 \cdot 3^{-3x} + 3 \cdot 3^{-3x} = 10$$

Uocim da mogu uvesti supstituciju $t = 3^{-3x}$ pa jednadzba prelazi u sljedeci oblik:

$$3^3 \cdot t + 3t = 10$$

$$27t + 3t = 10$$

$$30t = 10 \;/ : 30$$

$$t = \frac{10}{30}$$

$$t = \frac{1}{3}$$

Sada kada smo izracunali cemu je jednak t rijesimo jednadzbu $t = 3^{-3x}$:

$$3^{-3x} = \frac{1}{3}$$

Sredim desnu stranu jednadzbe prema pravilu za potencije s negativnim eksponentom
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$:

$$3^{-3x} = 3^{-1}$$

Prema svojstvu eksponencijalne funkcije $a^{x_1} = a^{x_2} \Rightarrow x_1 = x_2$ slijedi:

$$-3x = -1 \ / : (-3)$$

$$x = \frac{-1}{-3}$$

$$x = \frac{1}{3}$$

Zadatak 13: Rijesi eksponencijalnu jednadzbu:

$$2^{2-3x} + 4^{1-1.5x} + 8^{1-x} = 128$$

Rjesenje:
Promotrim li jednadzbu uocavam da baze svih potencija mogu zapisati u obliku potencija s bazom 2:

$$2^{2-3x} + \left(2^2\right)^{1-1.5x} + \left(2^3\right)^{1-x} = 128$$

Sredim lijevu stranu jednadzbu prema pravilu za potenciranje potencija
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$:

$$2^{2-3x} + 2^{2(1-1.5x)} + 2^{3(1-x)} = 128$$

$$2^{2-3x} + 2^{2-3x} + 2^{3-3x} = 128$$

Rastavim potencije na lijevoj strani jednadzbe prema pravilu za mnozenje potencija istih baza $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$:

$$2^2 \cdot 2^{-3x} + 2^2 \cdot 2^{-3x} + 2^3 \cdot 2^{-3x} = 128$$

Uocim da mogu uvesti supstituciju $t = 2^{-3x}$ pa jednadzba prelazi u sljedeci oblik:

$$2^2 \cdot t + 2^2 \cdot t + 2^3 \cdot t = 128$$

$$4t + 4t + 8t = 128$$

$$16t = 128 \ / : 16$$

$$t = 8$$

Sada kada smo izracunali cemu je jednak t rijesimo jednadzbu $t = 3^{-3x}$:

$$2^{-3x} = 8$$

Prikazimo broj 8 kao potenciju s bazom 2:

$$2^{-3x} = 2^3$$

Prema svojstvu eksponencijalne funkcije $a^{x_1} = a^{x_2} \Rightarrow x_1 = x_2$ slijedi:

$$-3x = 3 \ / : (-3)$$

$$x = \frac{3}{-3}$$

$$x = -1$$

w

Zadatak 14: Rijesi eksponencijalnu jednadzbu:

$$3^{2x-1} + 9^{x+1} = 2^{2x-1} + 4^{x+1}$$

Rjesenje:
Promotrim li jednadzbu uocavam da baze svih potencija na lijevoj strani mogu zapisati u obliku potencija s bazom 3, a baze svih potencija na desnoj strani u obliku potencija s bazom 2:

$$3^{2x-1} + \left(3^2\right)^{x+1} = 2^{2x-1} + \left(2^2\right)^{x+1}$$

Sredim jednadzbu prema pravilu za potenciranje potencija $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$:

$$3^{2x-1} + 3^{2(x+1)} = 2^{2x-1} + 2^{2(x+1)}$$

$$3^{2x-1} + 3^{2x+2} = 2^{2x-1} + 2^{2x+2}$$

Rastavim potencije u jednadzbi prema pravilu za mnozenje potencija istih baza $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$:

$$3^{2x} \cdot 3^{-1} + 3^{2x} \cdot 3^2 = 2^{2x} \cdot 2^{-1} + 2^{2x} \cdot 2^2$$

Sredim jednadzbu prema pravilu za potencije s negativnim eksponentom $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$:

$$\frac{1}{3} \cdot 3^{2x} + 9 \cdot 3^{2x} = \frac{1}{2} \cdot 2^{2x} + 4 \cdot 2^{2x}$$

Uocim da na lijevoj strani jednadzbe mogu izluciti 3^{2x}, a na desnoj strani 3^{2x}:

$$3^{2x} \cdot (\frac{1}{3} + 9) = 2^{2x} \cdot (\frac{1}{2} + 4)$$

$$\frac{28}{3} \cdot 3^{2x} = \frac{9}{2} \cdot 2^{2x}$$

Prebacim sve potencije s nepoznanicom u eksponentu na lijevu stranu a sve ostale potencije na desnu stranu, dakle podijelim jednadzbu sa $\frac{28}{3} \cdot 2^{2x}$:

$$\frac{28}{3} \cdot 3^{2x} = \frac{9}{2} \cdot 2^{2x} \ / : \frac{28}{3} \cdot 2^{2x}$$

$$\frac{\frac{28}{3} \cdot 3^{2x}}{\frac{28}{3} \cdot 2^{2x}} = \frac{\frac{9}{2} \cdot 2^{2x}}{\frac{28}{3} \cdot 2^{2x}}$$

$$\frac{3^{2x}}{2^{2x}} = \frac{\frac{9}{2}}{\frac{28}{3}}$$

Prvo sredim desnu stranu jednadzbe:

$$\frac{3^{2x}}{2^{2x}} = \frac{27}{56}$$

Prema pravilu za dijeljenje potencija istih eksponenata $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$ sredim lijevu stranu:

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} = \frac{27}{56}$$

Kako ne mozemo prikazati $\frac{27}{56}$ kao potenciju baze $\frac{3}{2}$ trebamo logaritmirati i lijevu i desnu stranu jednadzbe s $\log_{\frac{3}{2}}$:

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} = \frac{27}{56} \ / \log_{\frac{3}{2}}$$

$$\log_{\frac{3}{2}} \left(\frac{3}{2}\right)^{2x} = \log_{\frac{3}{2}} \frac{27}{56}$$

Prema svojstvu logaritama $\log_a a^x = x$ jednadzna prelazi u sljedeci oblik:

$$2x = \log_{\frac{3}{2}} \frac{27}{56}$$

Prema pravilu o zamjeni baza u logaritmu $\left(\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}\right)$ vrijedi:

$$2x = \frac{\log \frac{27}{56}}{\log \frac{3}{2}}$$

Podijelimo jednadzbu s 2:

$$2x = \frac{\log \frac{27}{56}}{\log \frac{3}{2}} \ / : 2$$

$$x = \frac{\frac{\log \frac{27}{56}}{\log \frac{3}{2}}}{2}$$

$$x = \frac{\frac{\log \frac{27}{56}}{\log \frac{3}{2}}}{\frac{2}{1}}$$

$$x = \frac{\log \frac{27}{56}}{2 \cdot \log \frac{3}{2}}$$

Zadatak 15: Rijesi eksponencijalnu jednadzbu:

$$5^{2x-1} + 36^{1-x} = 25^{x+1} + 6^{1-2x}$$

Rjesenje:

Promotrim li jednadzbu uocavam da baze svih potencija u jednadzbi mogu zapisati u obliku potencija s bazom 5 ili u obliku potencija s bazom 6:

$$5^{2x-1} + \left(6^2\right)^{1-x} = \left(5^2\right)^{x+1} + 6^{1-2x}$$

Sredim jednadzbu prema pravilu za potenciranje potencija $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$:

$$5^{2x-1} + 6^{2(1-x)} = 5^{2(x+1)} + 6^{1-2x}$$

$$5^{2x-1} + 6^{2-2x} = 5^{2x+2} + 6^{1-2x}$$

Ideja je da se opet dovedemo u situaciju kao u prijasnjem zadatku, odnosno zelimo imati potencije istih baza na istoj strani jednadzbe:

$$5^{2x-1} - 5^{2x+2} = 6^{1-2x} - 6^{2-2x}$$

Rastavim potencije u jednadzbi prema pravilu za mnozenje potencija istih baza $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$:

$$5^{2x} \cdot 5^{-1} - 5^{2x} \cdot 5^2 = 6^1 \cdot 6^{-2x} - 6^2 \cdot 6^{-2x}$$

Sredim jednadzbu prema pravilu za potencije s negativnim eksponentom $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$:

$$\frac{1}{5} \cdot 5^{2x} - 25 \cdot 5^{2x} = 6 \cdot \frac{1}{6^{2x}} - 36 \cdot \frac{1}{6^{2x}}$$

Uocim da na lijevoj strani jednadzbe mogu izluciti 5^{2x}, a na desnoj strani 6^{-2x}:

$$5^{2x} \cdot \left(\frac{1}{5} - 25\right) = \frac{1}{6^{2x}} \cdot (6 - 36)$$

$$\frac{-124}{5} \cdot 5^{2x} = -30 \cdot \frac{1}{6^{2x}}$$

Prebacim sve potencije s nepoznanicom u eksponentu na lijevu stranu a sve ostale potencije na desnu stranu, dakle pomnozim jednadzbu sa 6^{2x}:

$$\frac{-124}{5} \cdot 5^{2x} = -30 \cdot \frac{1}{6^{2x}} \; / \cdot 6^{2x}$$

$$\frac{-124}{5} \cdot 5^{2x} \cdot 6^{2x} = -30 \;/ : \left(\frac{-124}{5}\right)$$

$$5^{2x} \cdot 6^{2x} = \frac{-30}{\frac{-124}{5}}$$

$$5^{2x} \cdot 6^{2x} = \frac{\frac{-30}{1}}{\frac{-124}{5}}$$

$$5^{2x} \cdot 6^{2x} = \frac{150}{124}$$

Sredim lijevu stranu jednadzbe prema pravilu za mnozenje potencija istih eksponenata $a^n \cdot b^b = (a \cdot b)^n$:

$$30^{2x} = \frac{150}{124}$$

Kako ne mozemo prikazati $\frac{150}{124}$ kao potenciju baze 30 trebamo logaritmirati i lijevu i desnu stranu jednadzbe s $\log_{30}$:

$$30^{2x} = \frac{150}{124} \;/ \log_{30}$$

$$\log_{30} 30^{2x} = \log_{30} \frac{150}{124}$$

Prema svojstvu logaritama $\log_a a^x = x$ jednadzna prelazi u sljedeci oblik:

$$2x = \log_{30} \frac{150}{124}$$

Prema pravilu o zamjeni baza u logaritmu $\left(\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}\right)$ vrijedi:

$$2x = \frac{\log \frac{150}{124}}{\log 30}$$

Podijelimo jednadzbu s 2:

$$2x = \frac{\log \frac{150}{124}}{\log 30} \;/ : 2$$

$$x = \frac{\frac{\log \frac{150}{124}}{\log 30}}{2}$$

$$x = \frac{\frac{\log \frac{150}{124}}{\log 30}}{\frac{2}{1}}$$

$$x = \frac{\log \frac{150}{124}}{2 \cdot \log 30}$$

Zadatak 16: Rijesi eksponencijalnu jednadzbu:

$$7^{2x} + 7^{x-2} = 1$$

Rjesenje:
Rastavim potencije u jednadzbi prema pravilu za mnozenje potencija istih baza $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$:

$$7^{2x} + 7^x \cdot 7^{-2} = 1$$

Sredim jednadzbu prema pravilu za potencije s negativnim eksponentom $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$:

$$7^{2x} + 7^x \cdot \frac{1}{7^2} = 1$$

$$7^{2x} + 7^x \cdot \frac{1}{49} = 1$$

Pomnozim jednadzbu s 49 da se rijesim razlomka:

$$7^{2x} + 7^x \cdot \frac{1}{49} = 1 \ / \cdot 49$$

$$49 \cdot 7^{2x} + 7^x = 49$$

Zapisem malo drugacije potenciju 7^{2x} prema pravilu za potenciranje potencija $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$, dakle vrijedi:

$$7^{2x} = 7^{2 \cdot x} = 7^{x \cdot 2} = (7^x)^2$$

Vratimo se sada s tim saznanjem u eksponencijalnu jednadzbu:

$$49 \cdot (7^x)^2 + 7^x = 49$$

Uocim da mogu uvesti supstituciju $t = 7^x$ pa jednadzba prelazi u sljedeci oblik:

$$49 \cdot t^2 + t - 49 = 0$$

Ovo je kvadratna funkcija koju lako rjesim koristeci se formulom $t_1, t_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$:

$$t_1, t_2 = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 49 \cdot (-49)}}{2 \cdot 49}$$

$$t_1, t_2 = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 9604}}{98}$$

$$t_1, t_2 = \frac{-1 \pm \sqrt{9605}}{98}$$

Dakle rijesenja ove kvadratne jednadzbe su:

$$t_1 = \frac{-1 - \sqrt{9605}}{98} \text{ i } t_2 = \frac{-1 + \sqrt{9605}}{98}$$

Sada kada smo izracunali cemu je jednak t rijesimo jednadzbe $t_1 = 7^x$ i $t_2 = 7^x$:

$$7^x = \frac{-1-\sqrt{9605}}{98}$$

$$7^x = \frac{-1+\sqrt{9605}}{98}$$

No prva jednadzba nema rjesenja jer je desna strana manja od nule dakle rjesavam drugu jednadzbu:

$$7^x = \frac{-1+\sqrt{9605}}{98}$$

Kako ne mozemo prikazati $\frac{-1+\sqrt{9605}}{98}$ kao potenciju baze 7 trebamo logaritmirati i lijevu i desnu stranu jednadzbe s $\log_7$:

$$7^x = \frac{-1+\sqrt{9605}}{98} \ /\log_7$$

$$\log_7 7^x = \log_7\left(\frac{-1+\sqrt{9605}}{98}\right)$$

Prema svojstvu logaritama $\log_a a^x = x$ jednadzna prelazi u sljedeci oblik:

$$x = \log_7\left(\frac{-1+\sqrt{9605}}{98}\right)$$

Prema pravilu o zamjeni baza u logaritmu $\left(\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}\right)$ vrijedi:

$$x = \frac{\log\left(\frac{-1+\sqrt{9605}}{98}\right)}{\log 7}$$

Zadatak 17: Rijesi eksponencijalnu jednadzbu:

$$36^x = 3^{x+2}\cdot 2^x - 18$$

Rjesenje:
Promotrim li jednadzbu uocavam da bazu 36 mogu prikazati u obliku potencije s bazom 6:

$$(6^2)^x = 3^{x+2}\cdot 2^x - 18$$

Zapisem malo drugacije potenciju $(6^2)^x$ prema pravilu za potenciranje potencija $(a^n)^m = a^{n\cdot m}$, dakle vrijedi:

$$(6^2)^x = 6^{2\cdot x} = 6^{x\cdot 2} = (6^x)^2$$

Vratimo se sada s tim saznanjem u eksponencijalnu jednadzbu:

$$(6^x)^2 = 3^{x+2} \cdot 2^x - 18$$

Rastavim potencije u jednadzbi prema pravilu za mnozenje potencija istih baza $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$:

$$(6^x)^2 = 3^x \cdot 3^2 \cdot 2^x - 18$$

$$(6^x)^2 = 9 \cdot 3^x \cdot 2^x - 18$$

Sredim desnu stranu jednadzbe prema pravilu za mnozenje potencija istih eksponenata $a^n \cdot b^b = (a \cdot b)^n$:

$$(6^x)^2 = 9 \cdot 6^x - 18$$

Prebacim sve na lijevu stranu jednadzbe:

$$(6^x)^2 - 9 \cdot 6^x + 18 = 0$$

Uocim da mogu uvesti supstituciju $t = 6^x$ pa jednadzba prelazi u sljedeci oblik:

$$t^2 - 9t + 18 = 0$$

Ovo je kvadratna funkcija koju lako rjesim koristeci se formulom $t_1, t_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$:

$$t_1, t_2 = \frac{9 \pm \sqrt{(-9)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 18}}{2 \cdot 1}$$

$$t_1, t_2 = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 72}}{2}$$

$$t_1, t_2 = \frac{9 \pm \sqrt{9}}{2}$$

$$t_1, t_2 = \frac{9 \pm 3}{2}$$

Dakle rijesenja ove kvadratne jednadzbe su:

$$t_1 = \frac{6}{2} = 3 \text{ i } t_2 = \frac{12}{2} = 6$$

Sada kada smo izracunali cemu je jednak t rijesimo jednadzbe $t_1 = 6^x$ i $t_2 = 6^x$:

$$6^x = 3$$

$$6^x = 6$$

Rjesimo prvo drugu jednadzbu:

$$6^x = 6$$

$$6^x = 6^1$$

Prema svojstvu eksponencijalne funkcije $a^{x_1} = a^{x_2} \Rightarrow x_1 = x_2$ slijedi:

$$x = 1$$

Rjesimo sada prvu jednadzbu:

$$6^x = 3$$

Kako ne mozemo prikazati 3 kao potenciju baze 6 trebamo logaritmirati i lijevu i desnu stranu jednadzbe s $\log_6$:

$$6^x = 3 \;/\log_6$$

$$\log_6 6^x = \log_6 3$$

Prema svojstvu logaritama $\log_a a^x = x$ jednadzna prelazi u sljedeci oblik:

$$x = \log_6 3$$

Prema pravilu o zamjeni baza u logaritmu $\left(\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}\right)$ vrijedi:

$$x = \frac{\log 6}{\log 3}$$

Dakle rjesenja dane eksponencijalne jednadzbe su $x_1 = 1$ i $x_2 = \frac{\log 6}{\log 3}$.

Zadatak 18: Rijesi eksponencijalnu jednadzbu:

$$4^{x-1} - 9^{x-1} = 3^{2x-1} - 2^{2x+1}$$

Rjesenje:

Promotrim li jednadzbu uocavam da bazu 4 mogu prikazati u obliku potencije s bazom 2, a bazu 9 u obliku potencije s bazom 3:

$$(2^2)^{x-1} - (3^2)^{x-1} = 3^{2x-1} - 2^{2x+1}$$

Sredim jednadzbu prema pravilu za potenciranje potencija $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$:

$$2^{2(x-1)} - 3^{2(x-1)} = 3^{2x-1} - 2^{2x+1}$$

$$2^{2x-2} - 3^{2x-2} = 3^{2x-1} - 2^{2x+1}$$

Rastavim potencije u jednadzbi prema pravilu za mnozenje potencija istih baza $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$:

$$2^{2x} \cdot 2^{-2} - 3^{2x} \cdot 3^{-2} = 3^{2x} \cdot 3^{-1} - 2^{2x} \cdot 2^1$$

Prebacim potencije s bazom 2 na lijevu stranu, a potencije s bazom 3 na desnu stranu jendadzbe:

$$2^{2x} \cdot 2^{-2} + 2^{2x} \cdot 2^1 = 3^{2x} \cdot 3^{-1} + 3^{2x} \cdot 3^{-2}$$

Sredim jednadzbu prema pravilu za potencije s negativnim eksponentom $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$:

$$2^{2x} \cdot \frac{1}{2^2} + 2^{2x} \cdot 2 = 3^{2x} \cdot \frac{1}{3^1} + 3^{2x} \cdot \frac{1}{3^2}$$

$$2^{2x} \cdot \frac{1}{4} + 2^{2x} \cdot 2 = 3^{2x} \cdot \frac{1}{3} + 3^{2x} \cdot \frac{1}{9}$$

Izlucim 2^{2x} na lijevoj strani i 3^{2x} na desnoj strani jednadzbe:

$$2^{2x} \cdot \left(\frac{1}{4} + 2\right) = 3^{2x} \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{9}\right)$$

Sredim izraze u zagradama i dobijem:

$$2^{2x} \cdot \frac{9}{4} = 3^{2x} \cdot \frac{4}{9}$$

Prebacim izraze s nepoznanicom na lijevu stranu tako da jednadzbu podijelim s 3^{2x}:

$$2^{2x} \cdot \frac{9}{4} = 3^{2x} \cdot \frac{4}{9} \ / : 3^{2x}$$

$$\frac{2^{2x} \cdot \frac{9}{4}}{3^{2x}} = \frac{3^{2x} \cdot \frac{4}{9}}{3^{2x}}$$

Kad se to sredi dobije se sljedeci izraz:

$$\frac{2^{2x}}{3^{2x}} \cdot \frac{9}{4} = \frac{4}{9}$$

Nadalje prebacim sve poznanice na desnu stranu tako da podijelim jednadzbu s $\frac{9}{4}$:

$$\frac{2^{2x}}{3^{2x}} \cdot \frac{9}{4} = \frac{4}{9} \ / : \frac{9}{4}$$

$$\frac{\frac{2^{2x}}{3^{2x}} \cdot \frac{9}{4}}{\frac{9}{4}} = \frac{\frac{4}{9}}{\frac{9}{4}}$$

Nakon sredjivanja dobije se sljedeci izraz:

$$\frac{2^{2x}}{3^{2x}} = \frac{16}{81}$$

Nadalje uocim da 16 mogu prikazati kao potenciju baze 2 u obliku 2^4, dok 81 mogu prikazati kao potenciju baze 3 u obliku 3^4:

$$\frac{2^{2x}}{3^{2x}} = \frac{2^4}{3^4}$$

Prema pravilu za dijeljenje potencija istih eksponenata $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$ sredim jednadzbu:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} = \left(\frac{2}{3}\right)^4$$

Prema svojstvu eksponencijalne funkcije $a^{x_1} = a^{x_2} \Rightarrow x_1 = x_2$ slijedi:

$$2x = 4 \; / : 2$$

$$x = 2$$

Zadatak 19: Rijesi eksponencijalnu jednadzbu:

$$9^x - 2^{2x-1} = 4^{x+1} + 3^{2x-2}$$

Rjesenje:
Promotrim li jednadzbu uocavam da bazu 4 mogu prikazati u obliku potencije s bazom 2, a bazu 9 u obliku potencije s bazom 3:

$$(3^2)^x - 2^{2x-1} = (2^2)^{x+1} + 3^{2x-2}$$

Sredim jednadzbu prema pravilu za potenciranje potencija $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$:

$$3^{2x} - 2^{2x-1} = 2^{2(x+1)} + 3^{2x-2}$$

$$3^{2x} - 2^{2x-1} = 2^{2x+2} + 3^{2x-2}$$

Rastavim potencije u jednadzbi prema pravilu za mnozenje potencija istih baza $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$:

$$3^{2x} - 2^{2x} \cdot 2^{-1} = 2^{2x} \cdot 2^2 - 3^{2x} \cdot 3^{-2}$$

Prebacim potencije s bazom 2 na lijevu stranu, a potencije s bazom 3 na desnu stranu jendadzbe:

$$-2^{2x} \cdot 2^{-1} - 2^{2x} \cdot 2^2 = 3^{2x} \cdot 3^{-2} - 3^{2x} \; / \cdot (-1)$$

$$2^{2x} \cdot 2^{-1} + 2^{2x} \cdot 2^2 = -3^{2x} \cdot 3^{-2} + 3^{2x}$$

Sredim jednadzbu prema pravilu za potencije s negativnim eksponentom $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$:

$$2^{2x} \cdot \frac{1}{2^1} + 2^{2x} \cdot 2^2 = -3^{2x} \cdot \frac{1}{3^2} + 3^{2x}$$

$$2^{2x} \cdot \frac{1}{2} + 2^{2x} \cdot 4 = -3^{2x} \cdot \frac{1}{9} + 3^{2x}$$

Izlucim 2^{2x} na lijevoj strani i 3^{2x} na desnoj strani jednadzbe:

$$2^{2x} \cdot \left(\frac{1}{2} + 4\right) = 3^{2x} \cdot \left(-\frac{1}{9} + 1\right)$$

Sredim izraze u zagradama i dobijem:

$$2^{2x} \cdot \frac{9}{2} = 3^{2x} \cdot \frac{8}{9}$$

Prebacim izraze s nepoznanicom na lijevu stranu tako da jednadzbu podijelim s 3^{2x}:

$$2^{2x} \cdot \frac{9}{2} = 3^{2x} \cdot \frac{8}{9} \;/ : 3^{2x}$$

$$\frac{2^{2x} \cdot \frac{9}{2}}{3^{2x}} = \frac{3^{2x} \cdot \frac{8}{9}}{3^{2x}}$$

Kad se to sredi dobije se sljedeci izraz:

$$\frac{2^{2x}}{3^{2x}} \cdot \frac{9}{2} = \frac{8}{9}$$

Nadalje prebacim sve poznanice na desnu stranu tako da podijelim jednadzbu s $\frac{9}{2}$:

$$\frac{2^{2x}}{3^{2x}} \cdot \frac{9}{4} = \frac{8}{9} \;/ : \frac{9}{2}$$

$$\frac{\frac{2^{2x}}{3^{2x}} \cdot \frac{9}{2}}{\frac{9}{2}} = \frac{\frac{8}{9}}{\frac{9}{2}}$$

Nakon sredjivanja dobije se sljedeci izraz:

$$\frac{2^{2x}}{3^{2x}} = \frac{16}{81}$$

Nadalje uocim da 16 mogu prikazati kao potenciju baze 2 u obliku 2^4, dok 81 mogu prikazati kao potenciju baze 3 u obliku 3^4:

$$\frac{2^{2x}}{3^{2x}} = \frac{2^4}{3^4}$$

Prema pravilu za dijeljenje potencija istih eksponenata $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$ sredim jednadzbu:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{2x} = \left(\frac{2}{3}\right)^4$$

Prema svojstvu eksponencijalne funkcije $a^{x_1} = a^{x_2} \Rightarrow x_1 = x_2$ slijedi:

$$2x = 4 \;/ : 2$$

$$x = 2$$